



Моделирование течений жидкости со свободными границами методом сглаженных частиц

Выполнил студент гр. 4055/2

А.Т. Замалеев

Руководитель, к.т.н., проф.

А.И. Боровков

Соруководитель, асс.

С.Н. Шубин



Назначение

- Используется для моделирования движения жидкости
- В задачах астрофизики
формирование галактик, формирование звёзд, звёздные столкновения, столкновения метеоритов с небесными телами



Историческая справка

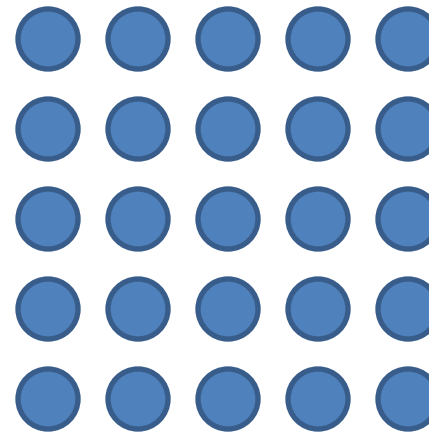
Этот метод был предложен в 1977 г.

- Леоном Льюси
- и независимо
- Бобом Джингольдом
 - Джо Монаганом



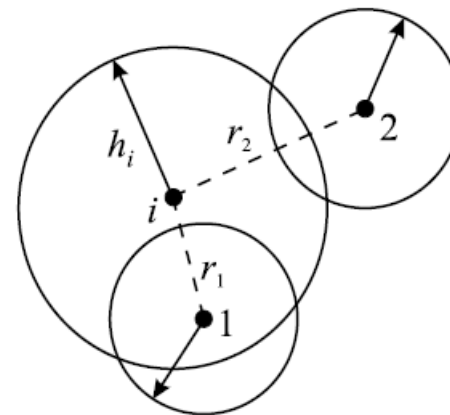
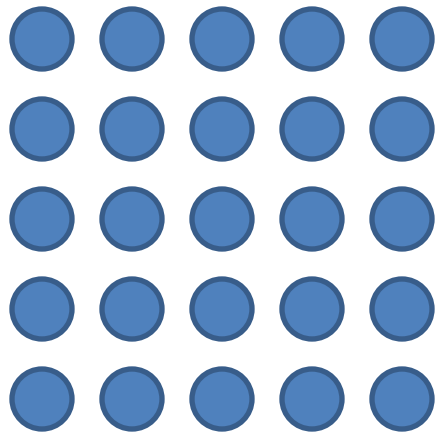
Основы SPH

- Дискретизация сплошной среды набором частиц



Основы SPH

- Каждая частица имеет массу, плотность, положение в пространстве и скорость
- Частицы взаимодействуют между собой



Уравнения движения жидкости

Взаимодействие осуществляется с помощью

- Уравнения количества движения

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P$$

- Уравнения неразрывности

$$\frac{d\rho}{dt} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$$

- Уравнения состояния

$$P = P(\rho) = c^2(\rho - \rho_0)$$



Основы SPH

- За основу берется выражение

$$A(r) = \int A(r')\delta(r - r')dr'$$

где

$A(r)$ – произвольная функция

$\delta(r - r')$ – δ -функция Дирака

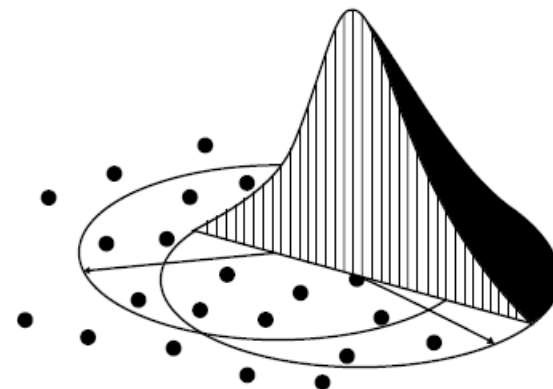
- Далее происходит приближение δ -функции некой функцией W

Основы SPH

- Функция W обладает следующими свойствами:

$$\int W(r - r', h) dr' = 1$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} W(r - r', h) = \delta(r - r')$$



- Функция W называется ядром
- Определяет область и степень влияния соседних частиц

Уравнения движения в SPH форме

После преобразований будут иметь вид

- Уравнение количества движения

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P \quad \longrightarrow \quad \frac{d\mathbf{v}_a}{dt} = -\frac{1}{\rho_a} \sum_{b=1}^N m_b \frac{P_b}{\rho_b} \nabla_a W_{ab}$$

- Уравнение неразрывности

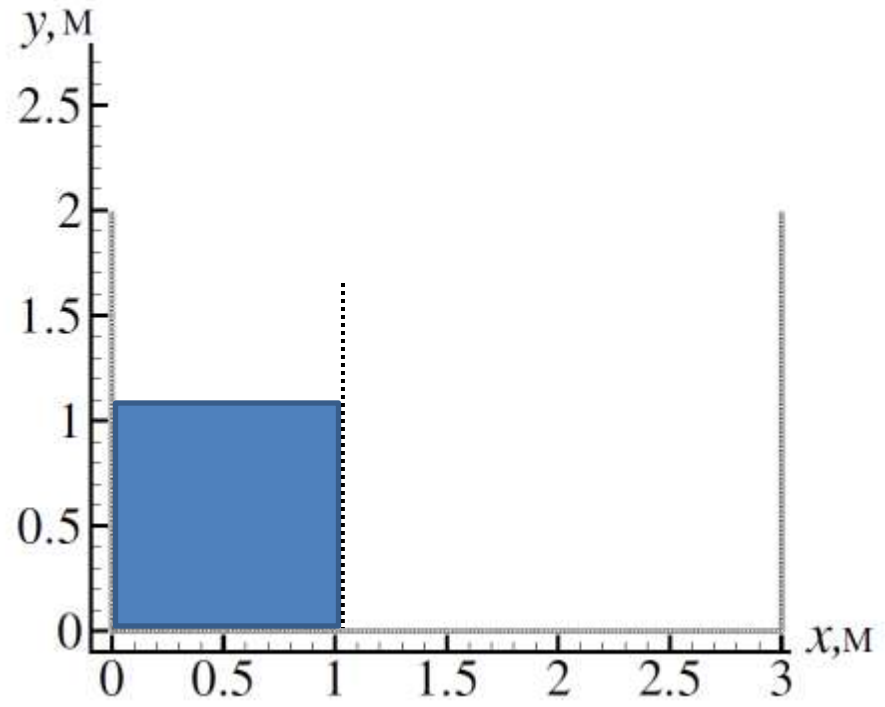
$$\frac{d\rho}{dt} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{d\rho_a}{dt} = \sum_{b=1}^N m_b \mathbf{v}_{ab} \nabla W_{ab}$$



Падение дамбы

- Столб жидкости начинает обрушаться в начальный момент времени

$t = 0$





Падение дамбы

- Количество расчетных частиц 625

Время 0,0 с

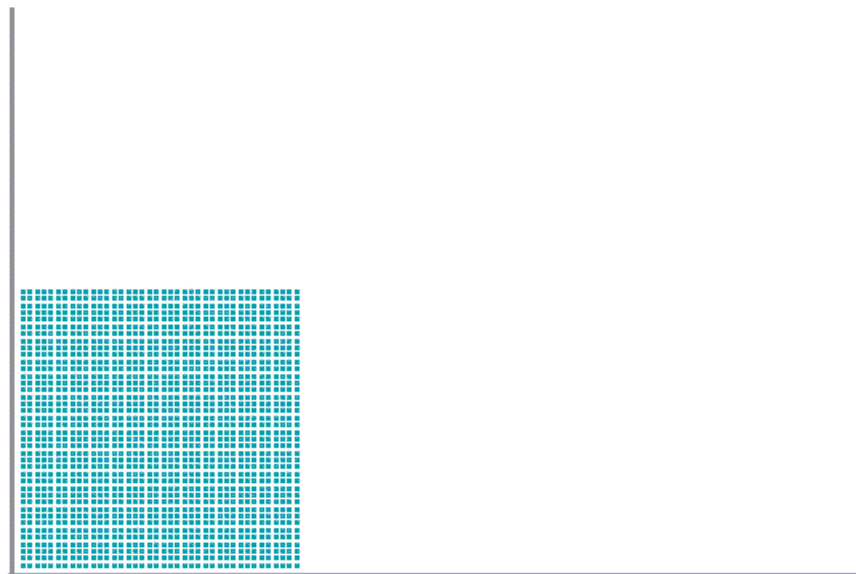




Падение дамбы

- Количество частиц 1600

Время 0,0 с



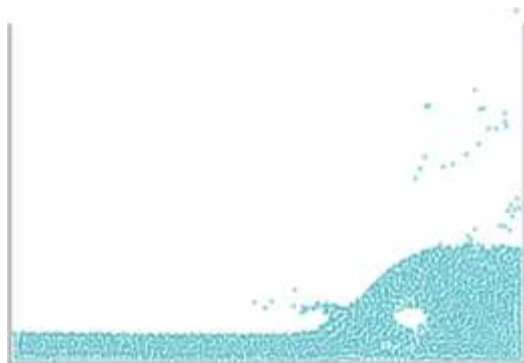


Сравнение результатов*

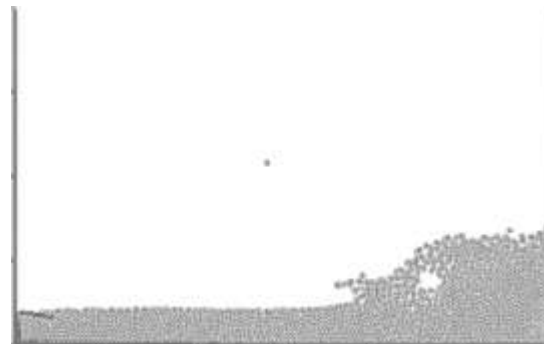
- Количество расчетных частиц 1600



$t = 1,3 \text{ c}$



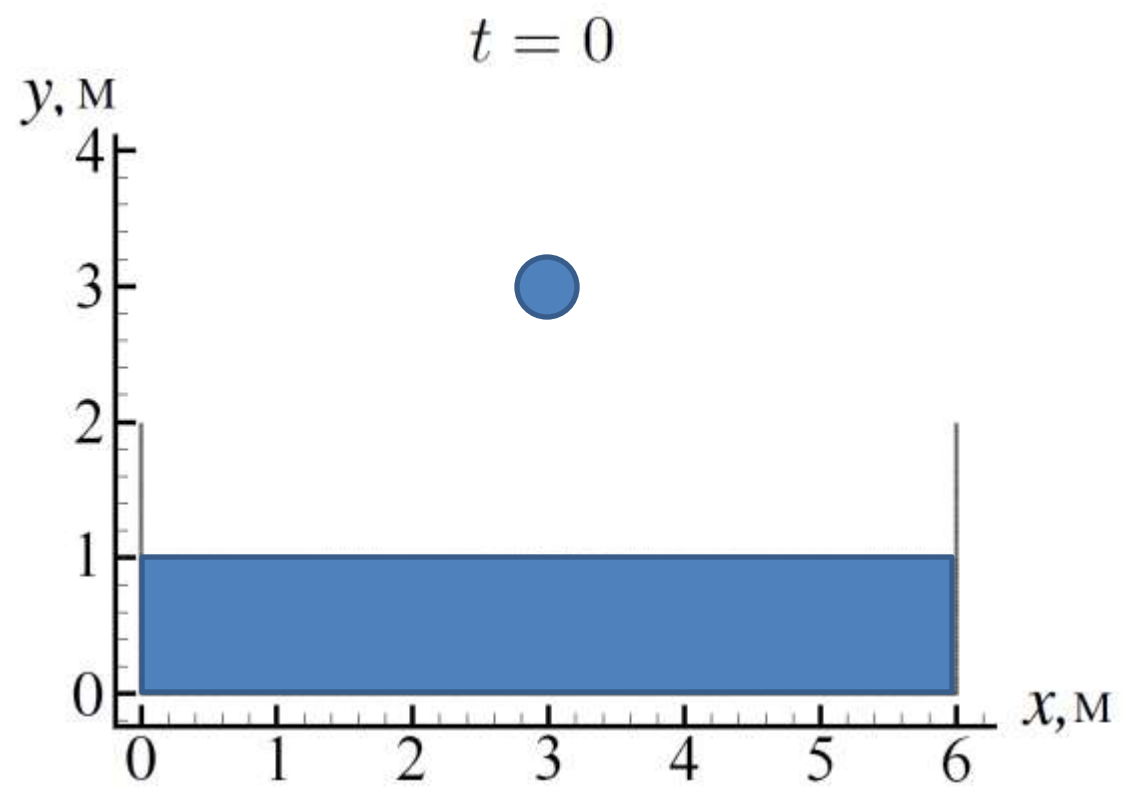
$t = 1,6 \text{ c}$



*) Численное моделирование течений жидкости со свободными границами методами SPH и MPS / К.Е. Афанасьев, А.Е. Ильясов, Р.С. Макаrchук, А.Ю. Попов // Вычислительные технологии. – 2006. – Т. 11. – Спец. Выпуск. – с. 26-44

Падение капли

- Круглая капля диаметром 50 см свободно падает с высоты 2 м





Падение капли

- Количество частиц в бассейне 9600
- Количество частиц в капле 296



Время 0,0 с





Выводы

Метод хорошо адаптируется для исследования движения жидкости со свободными границами

- с сильными нелинейными деформациями на этих границах
- с эффектами изменения связности области течения и перехлеста границ



Спасибо за внимание!