

Конечно-элементное исследование собственных частот и форм колебаний сердечника статора турбогенератора

Выполнил студент гр. 4055/2

А.С. Зегжда

Руководитель, к.т.н., профессор

А.И. Боровков

Соруководитель, ассистент

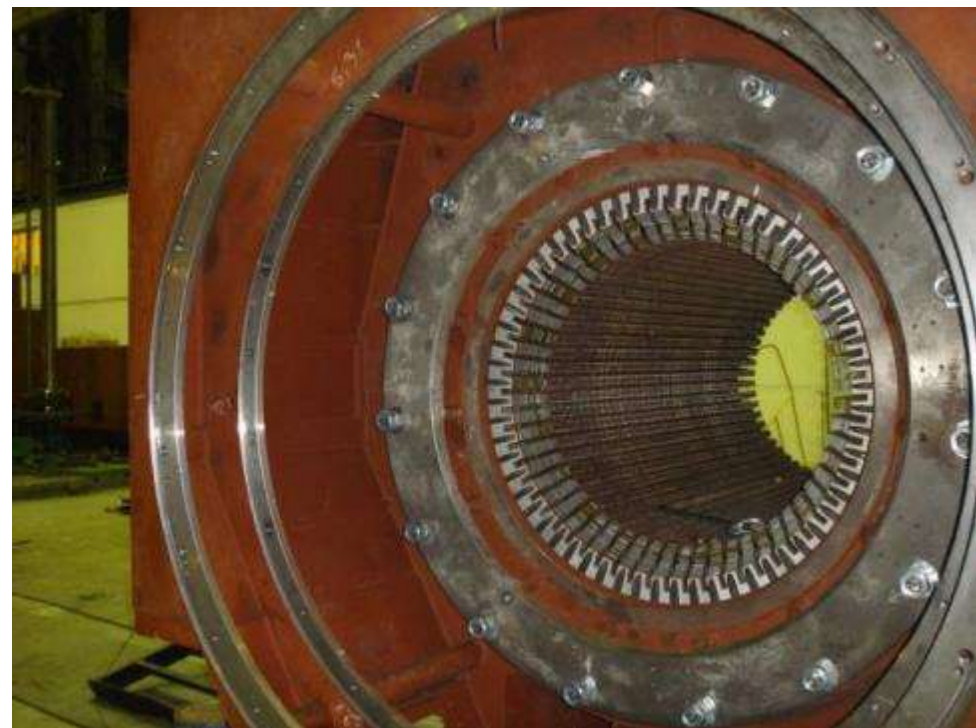
В.С. Модестов

*Санкт-Петербург
2011*

План работы

1. Исследование свободных колебаний консольной балки.
2. Исследование колебаний предварительно нагруженной консольной балки.
3. Исследование свободных колебаний тонкого кругового кольца прямоугольного поперечного сечения.
4. Исследование свободных колебаний элемента сердечника статора, как кругового кольца.
5. Исследование сердечника статора, с учетом пазов.
6. Исследование сердечника статора, с учетом обмоток и деталей охлаждения, жестко закрепленных в пазах
7. Исследование элемента обмотки статора, с учетом ортотропных свойств модели.
8. Моделирование сердечника статора турбогенератора с учетом ортотропных свойств и закрепленных в пазах деталей обмоток и исследование его свободных колебаний.

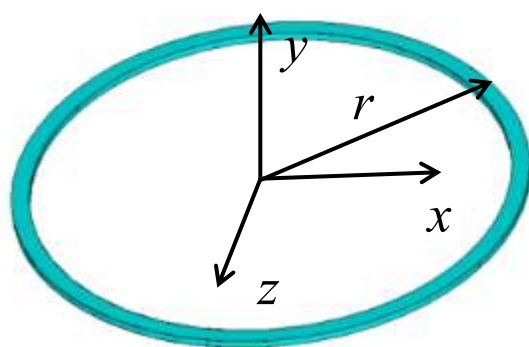
Цель работы: отыскание собственных частот и форм колебаний сердечника статора



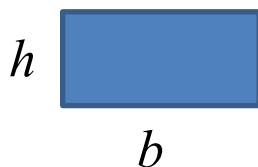
Конечная цель исследования – нахождение остаточного ресурса статора турбогенератора, подвергающегося гармоническому воздействию. Источником вынужденных колебаний является магнитное поле, возникающее в турбогенераторе.

Решение модельной задачи на нахождение частот и форм колебаний

Свободные колебания тонкого кругового кольца



Поперечное сечение:



$$\begin{aligned} r &= 1 \text{ м} \\ h &= 0.03 \text{ м} \\ b &= 0.07 \text{ м} \end{aligned}$$

Свойства материала (сталь):

- модуль Юнга $E = 2.1 \text{ ГПа}$;
- коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$
- плотность $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$

Изгибные колебания
в плоскости кольца

$$k_i = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{E}{\rho R^4} \frac{J_x}{F}} * \sqrt{\frac{i(i^2-1)^2}{i^2+1}},$$

Радиальные
колебания

$$k_i = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{E}{\rho R^2}} * \sqrt{(i^2 + 1)},$$

Изгибные колебания, перпендикулярные
плоскости кольца

$$k_m = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{G}{\rho R^4} \frac{J_{кр}}{F}} * \sqrt{\frac{i(i^2-1)^2}{i^2 - \frac{G J_{кр}}{E J_x} + 1}}, [1]$$

Крутильные
колебания

$$k_i = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{E}{\rho R^2}} * \sqrt{\frac{J_x}{J_p}}, [2]$$

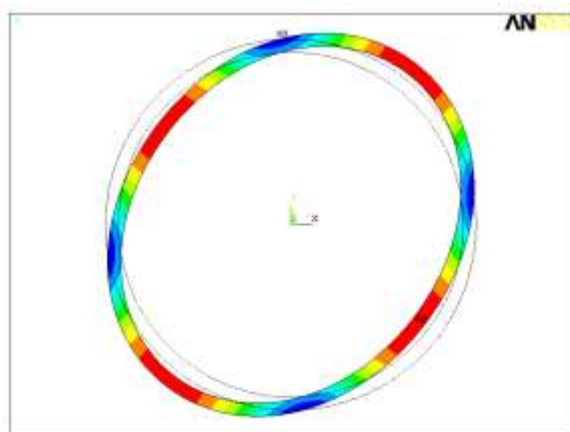
[1], Бидерман В.Л., Теория механических колебаний, М., 1980

[2], Тимошенко С. П., Колебания в инженерном деле, пер. с [англ.], 2 изд., М., 1967

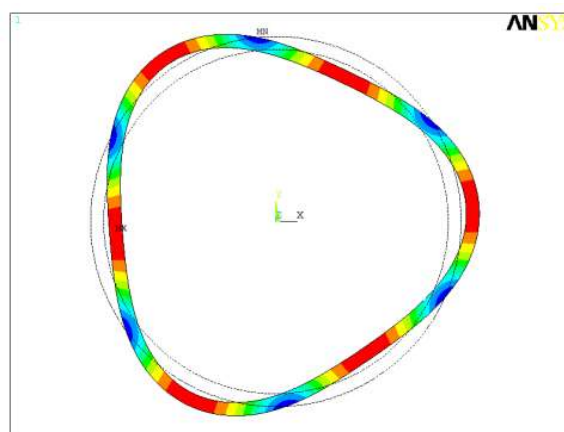
Формы колебаний

Задача рассматривается в 4 видах колебаний

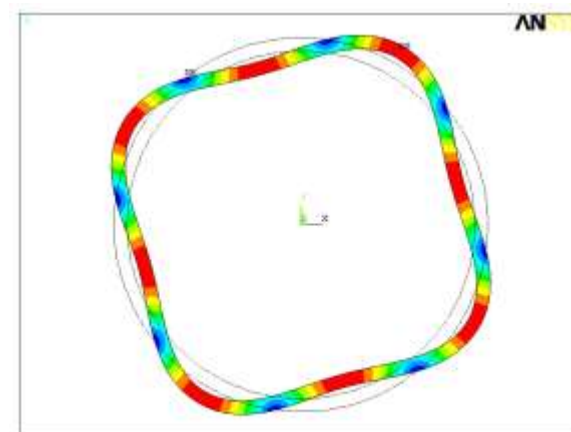
Изгибные колебания в плоскости кольца



$k_1 = 48 \text{ Гц}$

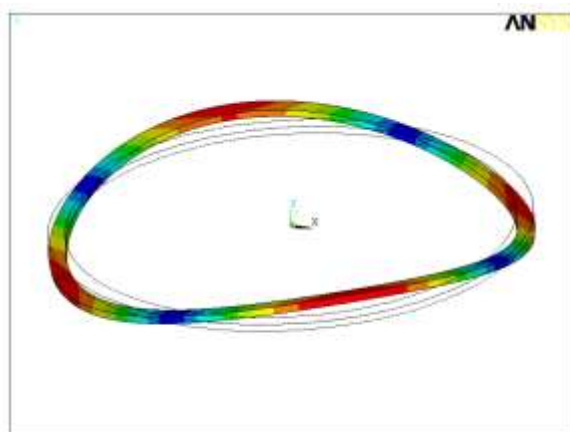


$k_2 = 135 \text{ Гц}$

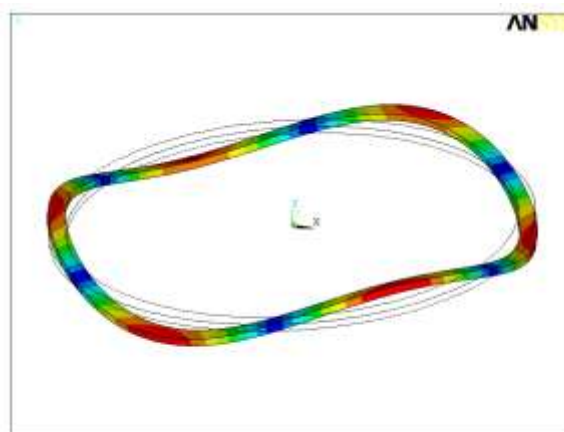


$k_3 = 258 \text{ Гц}$

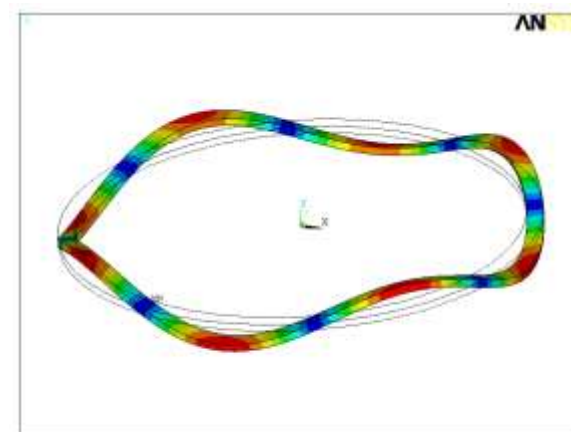
Изгибные колебания, перпендикулярные плоскости кольца



$k_1 = 21 \text{ Гц}$

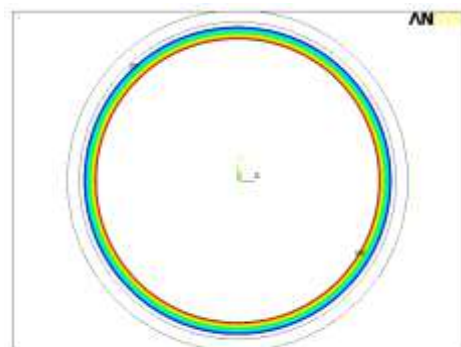


$k_2 = 58 \text{ Гц}$

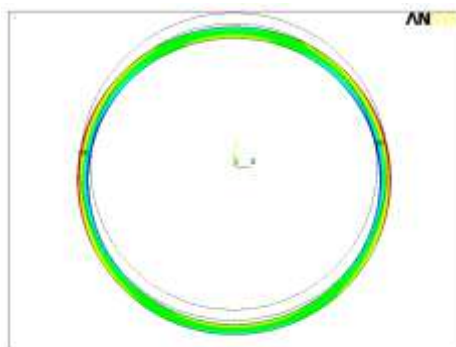


$k_3 = 111 \text{ Гц}$

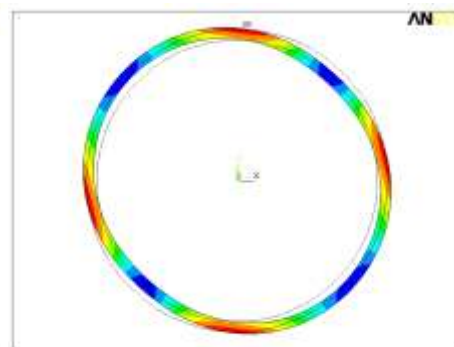
Радиальные колебания



$k_1 = 856$ Гц

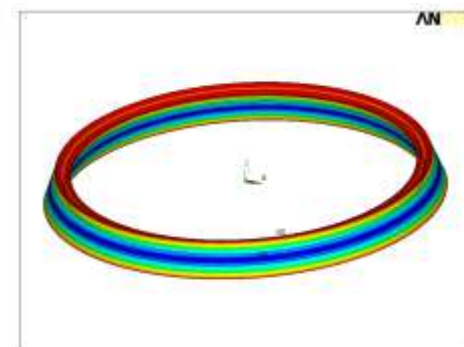


$k_2 = 1209$ Гц



$k_3 = 1910$ Гц

Крутильные колебания



$k_1 = 337$ Гц

Собственные частоты колебаний

k , Гц

Изгибные в плоскости

№	МКЭ	Теоретическое	Расхождение (%)
1	48	48	0,25
2	135	136	0,66
3	258	261	1,25

Изгибные, перпендикулярные плоскости

МКЭ	Теоретическое	Расхождение (%)
21	21	0,14
58	59	0,27
112	112	0,39

Радиальные

МКЭ	Теоретическое	Расхождение (%)
856	856	0,05
1209	1210	0,08
1911	1914	0,14

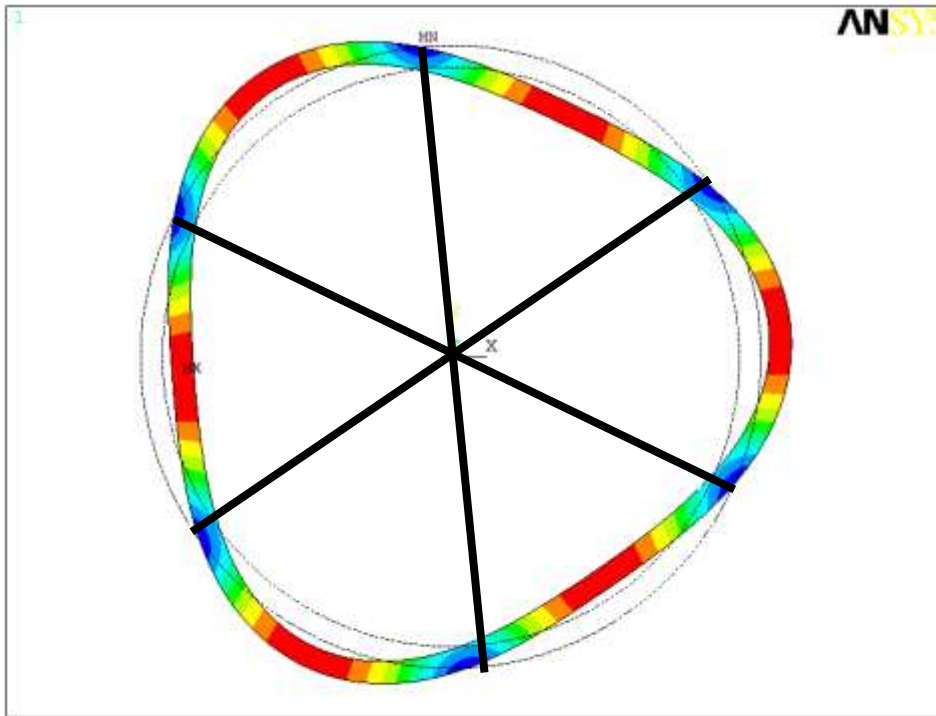
Крутильные

МКЭ	Теоретическое	Расхождение (%)
337,28	337,10	0,05

Узловые диаметры

Диаметры, остающиеся неподвижными в случае изгибных колебаний, называются узловыми.

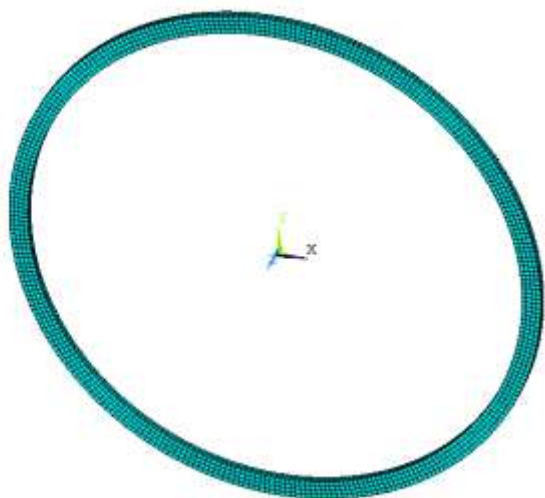
II-ая форма изгибных колебаний в плоскости кольца (3 узловых диаметра)



Число узловых диаметров зависит от номера частоты, на которой рассматриваются колебания.
 $N = m + 1$, m – номер ненулевой частоты изгибных колебаний, N – число узловых диаметров.

Различные КЭ-постановки

Полная постановка



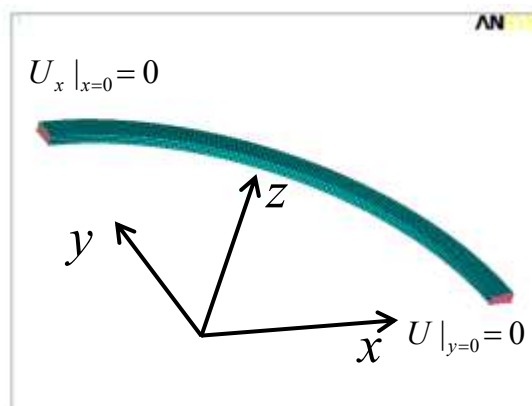
Характеристики КЭ-модели:

Тип элемента: кубический
двадцатиузловой элемент
SOLID186.

Число элементов: 13272.

Число узлов: 73312.

Осесимметричная постановка



Характеристики КЭ-модели:

Тип элемента: кубический
двадцатиузловой элемент
SOLID186.

Число элементов: 3318.

Число узлов: 18412.

Граничные условия для отыскания
симметричных колебаний:

$$U_x |_{x=0} = 0 \quad U_y |_{y=0} = 0$$

Кососимметричные колебания:

$$U_x |_{x=0} = 0 \quad U_{x,z} |_{y=0} = 0$$

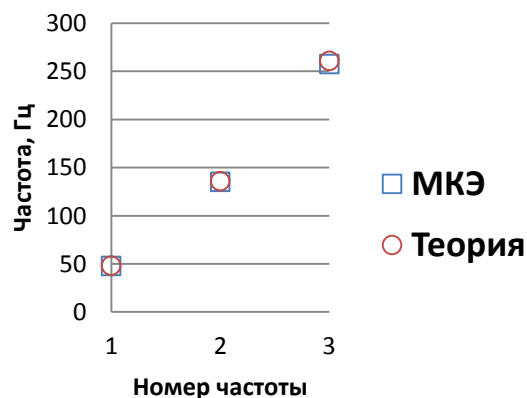
Сравнение постановок

Спектр собственных частот колебаний кольца, Гц			
№ частоты	Полная постановка	Осесимметричная постановка	
		Симметричная	Кососимметричная
I изгибная, перпендикулярная пл-ти	20,8	20,8	
I изгибная в пл-ти	47,96	47,96	
II изгибная, перпендикулярная пл-ти	58,44		58,44
III изгибная, перпендикулярная пл-ти	111,67	111,67	
II изгибная в пл-ти	135,1		135,1
IV изгибная, перпендикулярная пл-ти	180,14		180,14
III изгибная в пл-ти	257,51		
Высшие частоты изгибных колебаний	...	...	...
I крутильная	337,28	337,28	
...	...	...	...
I радиальная	856,18	856,18	
...	...	...	...
II радиальная	1209,3		1209,3

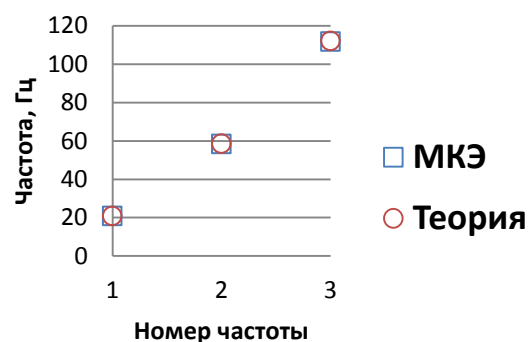
Т. о. для отыскания четных частот используем условия симметрии на обеих границах, а для нечетных – условия симметрии на одной и антисимметрии на другой.

Анализ и сравнение результатов

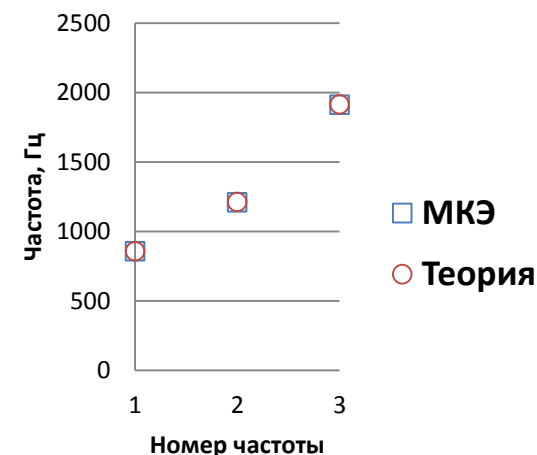
**Изгибные в
плоскости**



**Изгибные,
перпендикулярные
плоскости**



Радиальные

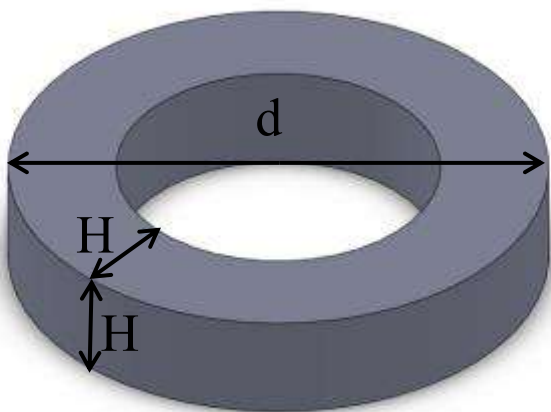


На примере продемонстрирована высокая точность полученных решений МКЭ.

Частоты изгибных колебаний с более высокой точностью были найдены для более тонкого сечения, что согласуется с теорией, т.к. приведенные формулы были введены для тонких колец.

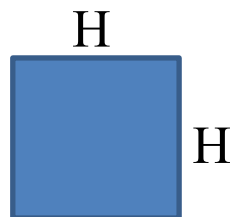
Исследование собственных частот и форм элемента статора

Круговое кольцо



Характеристики модели:

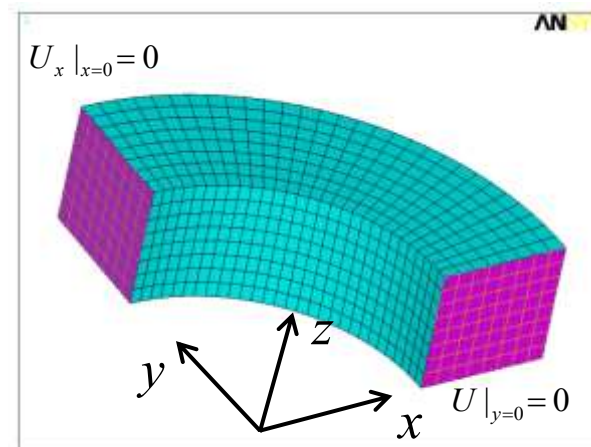
- Диаметр $d=3,28$ м
- Поперечное сечение $H=65,5$ см:



Свойства материала :

- модуль Юнга $E = 1.2$ ГПа;
- коэффициент Пуассона $\nu = 0.18$
- плотность $\rho = 6.7$ кг/м³

КЭ-постановка



Характеристики КЭ-модели:

Тип элемента: кубический
двадцатиузловой элемент
SOLID186.

Число элементов: 1856.

Число узлов: 9099.

Граничные условия:

Условия симметрии на обеих границах

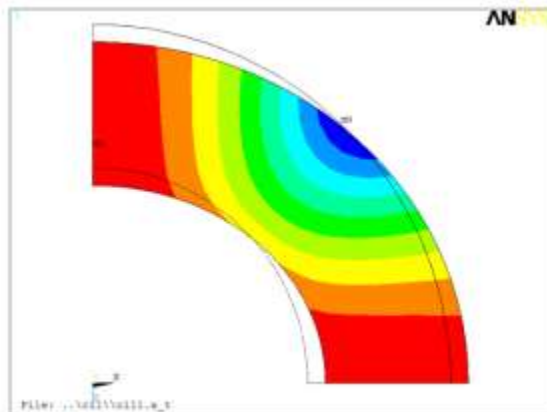
$$U_x|_{x=0}=0 \qquad U_x|_{y=0}=0$$

Условия симметрии и антисимметрии

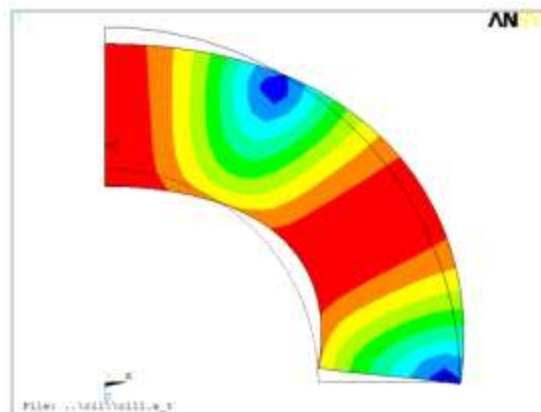
$$U_x|_{x=0}=0 \qquad U_{x,z}|_{y=0}=0$$

Формы колебаний

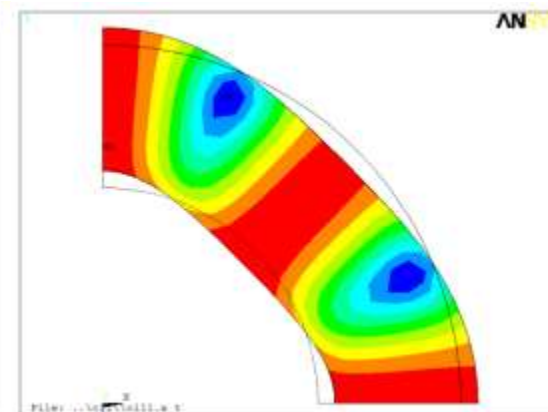
Изгибные колебания в плоскости кольца



$k_1 = 181 \text{ Гц}$

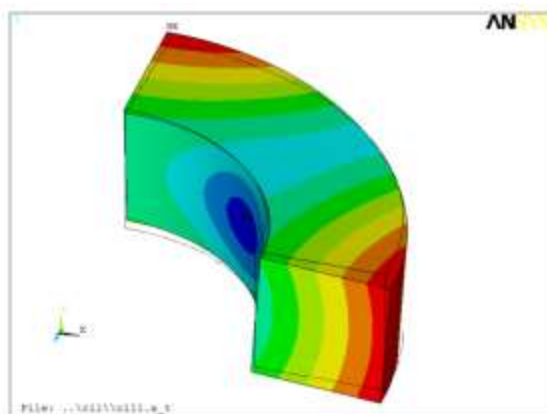


$k_2 = 454 \text{ Гц}$

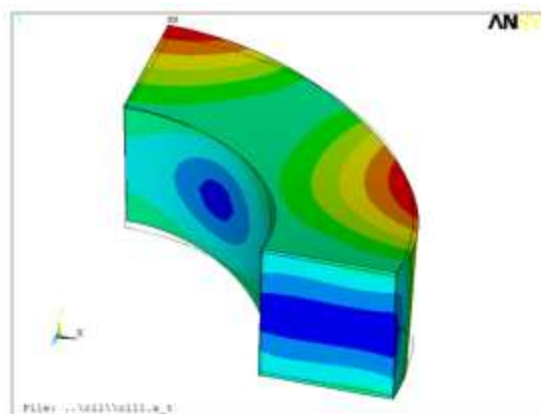


$k_3 = 766 \text{ Гц}$

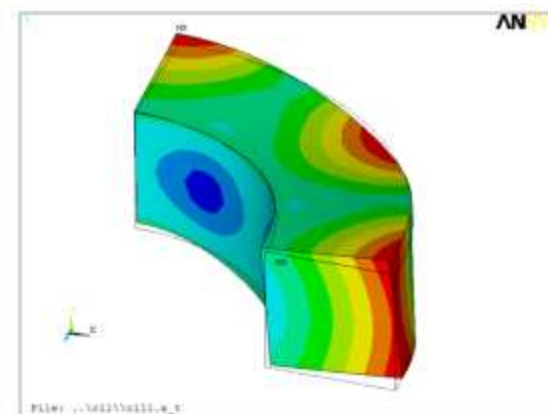
Изгибные колебания, перпендикулярные плоскости кольца



$k_1 = 161 \text{ Гц}$



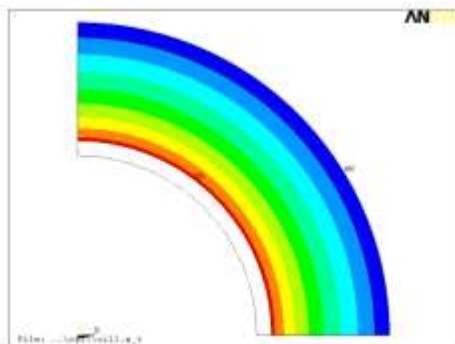
$k_2 = 406 \text{ Гц}$



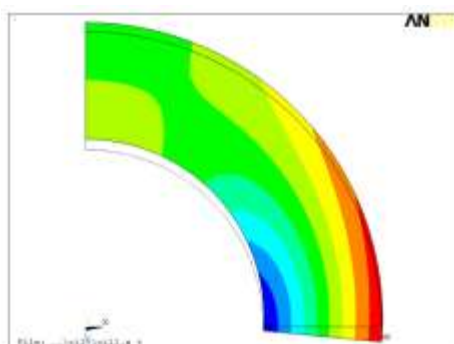
$k_3 = 687 \text{ Гц}$

Формы колебаний

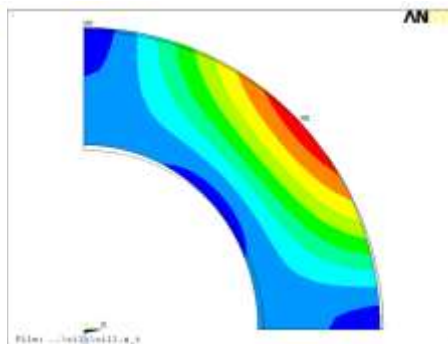
Радиальные колебания



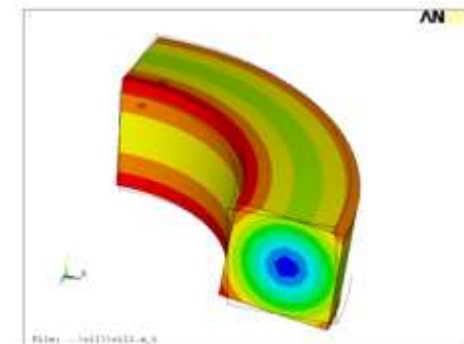
$k_1 = 522 \text{ Гц}$



$k_2 = 695 \text{ Гц}$



$k_3 = 1068 \text{ Гц}$



$k_1 = 368 \text{ Гц}$

Крутильные колебания

Собственные частоты колебаний

$k, \text{ Гц}$

Изгибные в плоскости

№	МКЭ	Теоретическое	Расхождение (%)
1	181	198	8,94
2	454	561	19,15
3	766	1076	28,77

Изгибные, перпендикулярные плоскости

МКЭ	Теоретическое	Расхождение (%)
161	191	15,54
406	550	26,18
687	1063	35,36

Радиальные

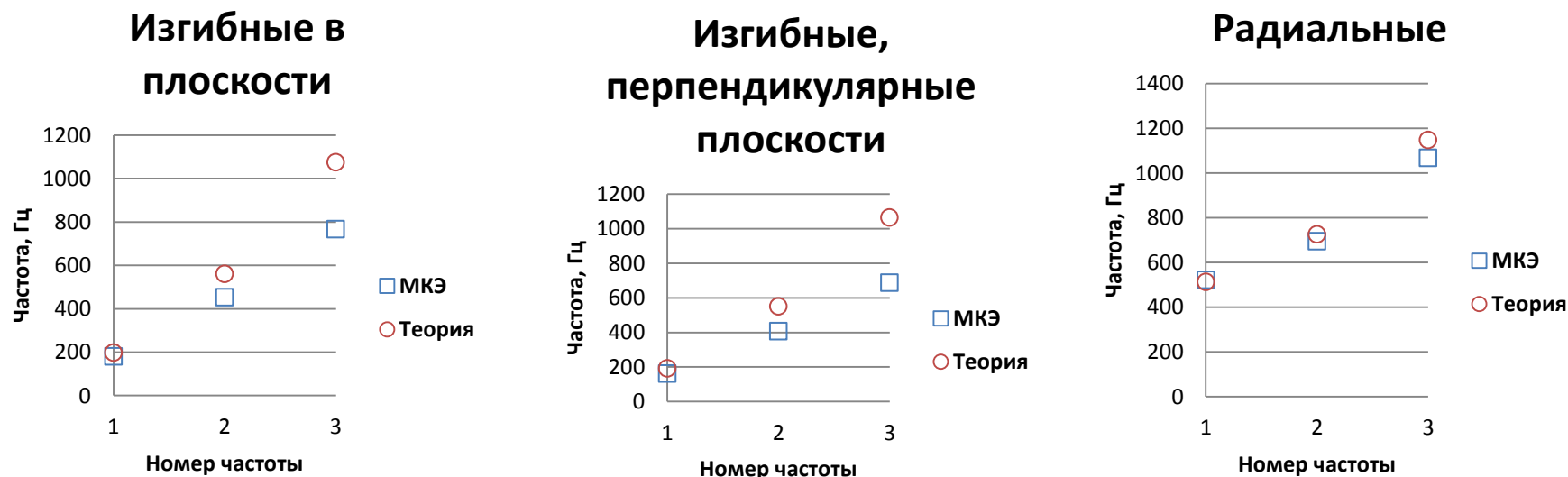
МКЭ	Теоретическое	Расхождение (%)
522	513	1,71
695	726	4,18
1068	1148	6,93

Крутильные

МКЭ	Теоретическое	Расхождение (%)
368	363	1,25

Теоретические значения частот взяты по аналогии с тонким кольцом.

Анализ и сравнение результатов

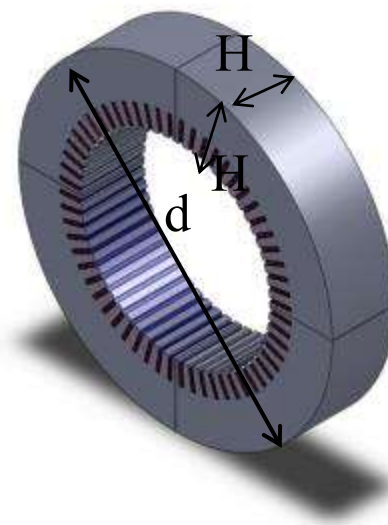
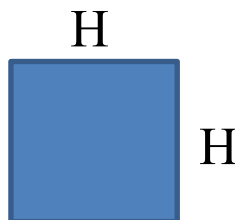


В исходных моделях, использованных при получении аналитических решений, учитывалась что размеры поперечного сечения малы по сравнению с радиусом осевой окружности. В данной модели они отличаются менее чем в 3 раза, поэтому ошибки в формулах более значительны, чем в случае тонкого кольца.

Исследование собственных частот и форм элемента статора с учетом обмоток, вложенных в пазы Круговое кольцо с обмотками

Характеристики модели:

- Диаметр $d=3,28$ м
- Поперечное сечение
 $H=65,5$ см:



Свойства материала сердечника:

- модуль Юнга $E = 1.2$ ГПа;
- коэффициент Пуассона $\nu = 0.18$
- плотность $\rho = 6.7$ кг/м³

Свойства материала обмоток:

- модуль Юнга $E = 0.89$ ГПа;
- коэффициент Пуассона $\nu = 0.35$
- плотность $\rho = 6.74$ кг/м³

Свойства материала отводящего
тепло:

- модуль Юнга $E = 0.4$ ГПа;
- коэффициент Пуассона $\nu = 0.2$
- плотность $\rho = 1.9$ кг/м³

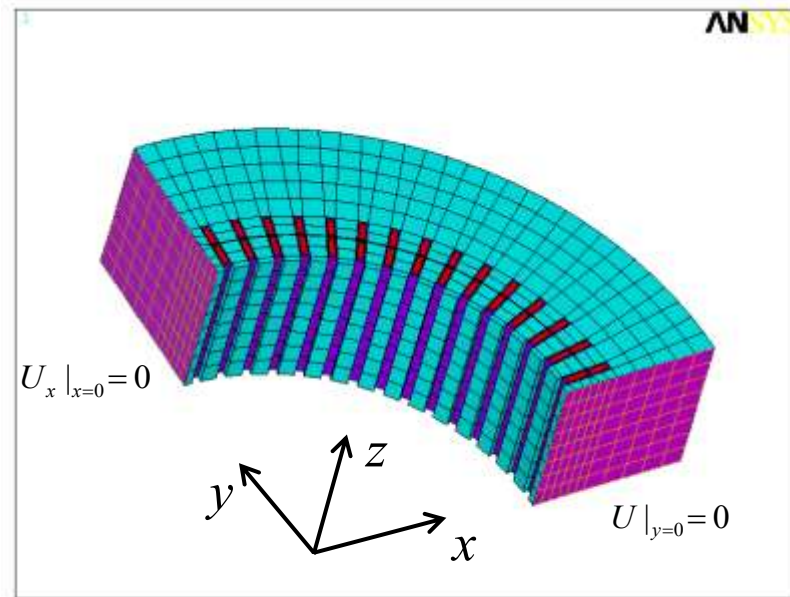
Исследование собственных частот и форм элемента статора с учетом обмоток, вложенных в пазы КЭ-постановка

Характеристики КЭ-модели:

Тип элемента: кубический
двадцатиузловой элемент
SOLID186.

Число элементов: 4553.

Число узлов: 16640.



Граничные условия:

Условия симметрии на обеих границах

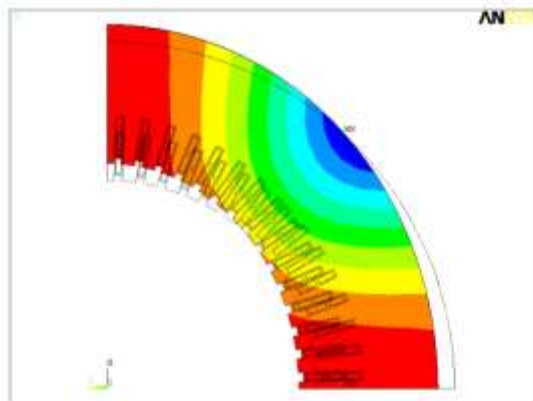
$$U_x \big|_{x=0} = 0 \quad U_x \big|_{y=0} = 0$$

Условия симметрии и антисимметрии

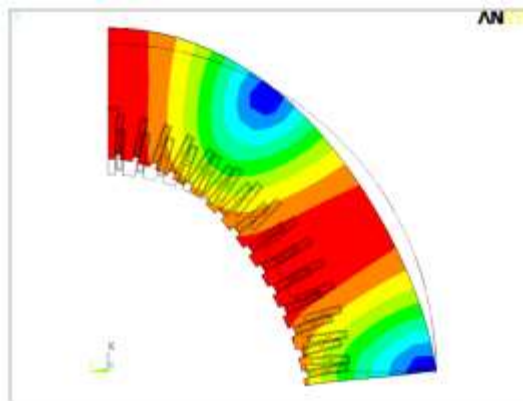
$$U_x \big|_{x=0} = 0 \quad U_{x,z} \big|_{y=0} = 0$$

Формы колебаний

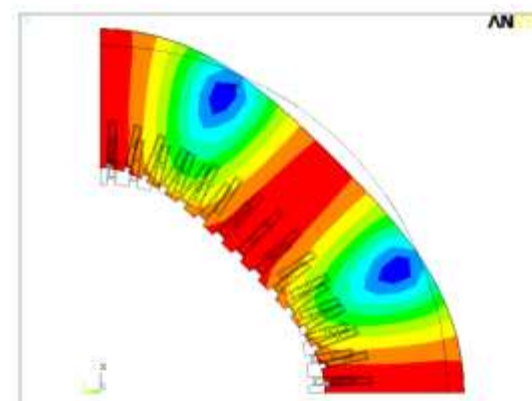
Изгибные колебания в плоскости кольца



$$k_1 = 161 \text{ Гц}$$

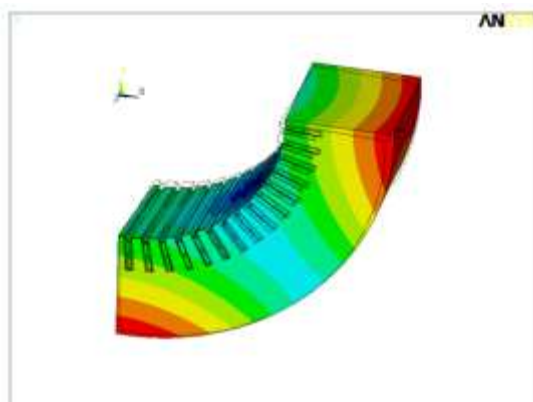


$$k_2 = 409 \text{ Гц}$$

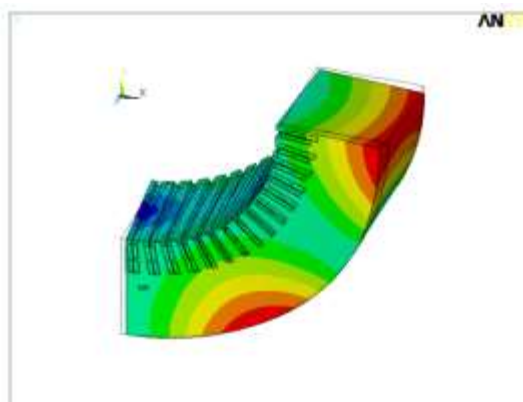


$$k_3 = 697 \text{ Гц}$$

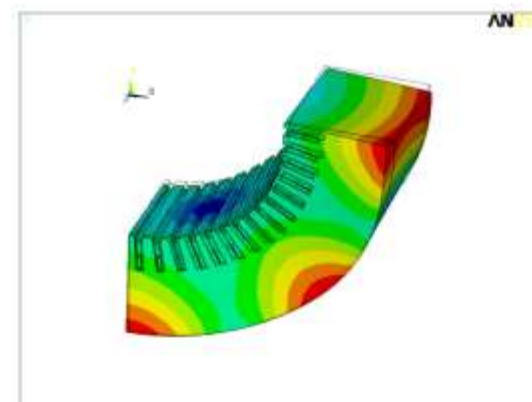
Изгибные колебания, перпендикулярные плоскости кольца



$$k_1 = 153 \text{ Гц}$$



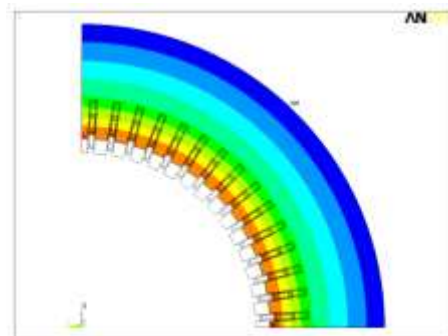
$$k_2 = 390 \text{ Гц}$$



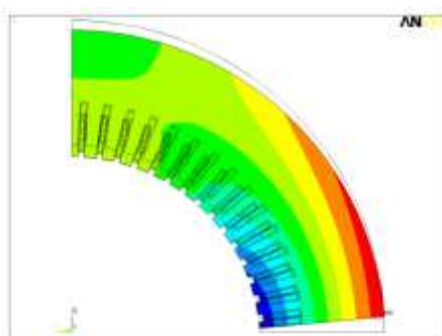
$$k_3 = 664 \text{ Гц}$$

Формы колебаний

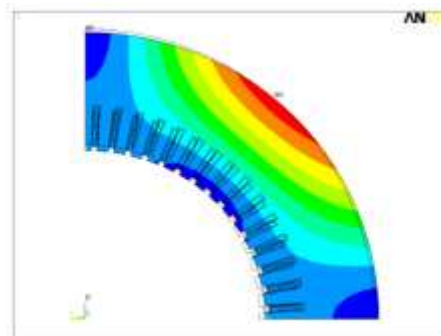
Радиальные колебания



$k_1 = 496 \text{ Гц}$

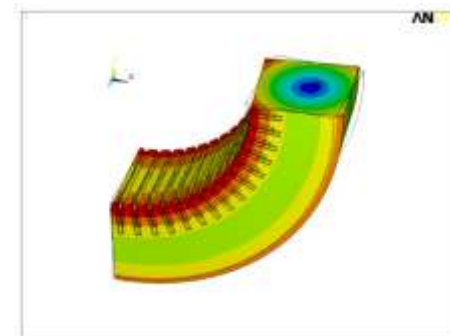


$k_2 = 673 \text{ Гц}$



$k_3 = 1046 \text{ Гц}$

Крутильные колебания



$k_1 = 354 \text{ Гц}$

Собственные частоты колебаний

$k, \text{ Гц}$

Изгибные в плоскости

Изгибные,
перпендикулярные
плоскости

Радиальные

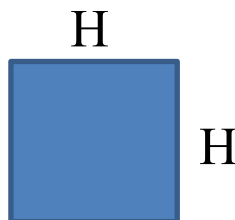
Крутильные

№	МКЭ	МКЭ	МКЭ	МКЭ
1	161,12	153,37	495,66	353,84
2	408,57	389,88	673,29	
3	696,72	663,91	1046,03	

Исследование собственных частот и форм элемента статора с с учетом ортотропных свойств сердечника Круговое кольцо с ортотропными свойствами

Характеристики модели:

- Диаметр $d=3,28$ м
- Поперечное сечение
 $H=65,5$ см:

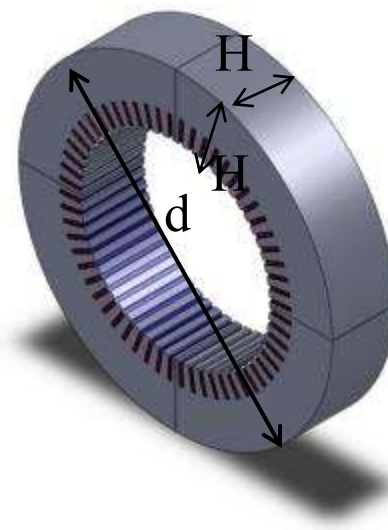


Свойства материала сердечника:

- модуль Юнга $E_x = 1.2$ ГПа, $E_y = 1.4$ ГПа, $E_z = 2 \cdot 10^{-4}$ ГПа
- коэффициент Пуассона $\nu_{xy} = 0.18$
- плотность $\rho = 6.7$ кг/м³
- модуль сдвига $G_{xy} = 0.61$ ГПа, $G_{yz} = 3.5 \cdot 10^{-2}$ ГПа, $E_z = 3.5 \cdot 10^{-2}$ ГПа

Свойства материала обмоток:

- модуль Юнга $E = 0.89$ ГПа;
- коэффициент Пуассона $\nu = 0.35$
- плотность $\rho = 6.74$ кг/м³



Свойства материала отводящего тепло:

- модуль Юнга $E = 0.4$ ГПа;
- коэффициент Пуассона $\nu = 0.2$
- плотность $\rho = 1.9$ кг/м³

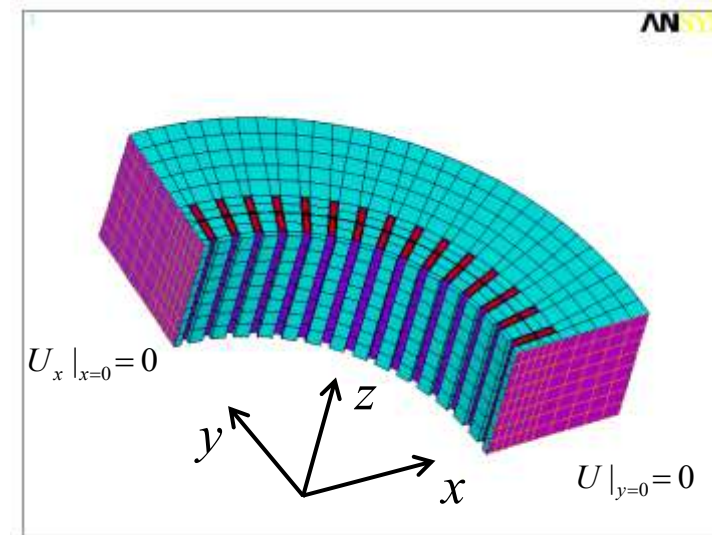
Исследование собственных частот и форм элемента статора с учетом ортотропных свойств сердечника КЭ-постановка

Характеристики КЭ-модели:

Тип элемента: кубический
 двадцатиузловой элемент
 SOLID186.

Число элементов: 4553.

Число узлов: 16640.



Граничные условия:

Условия симметрии на обеих границах

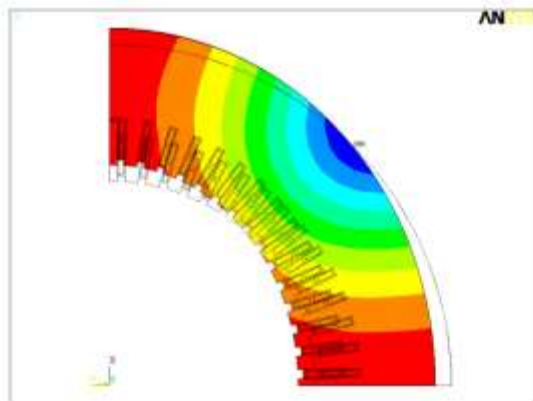
$$U_x \big|_{x=0} = 0 \quad U_x \big|_{y=0} = 0$$

Условия симметрии и антисимметрии

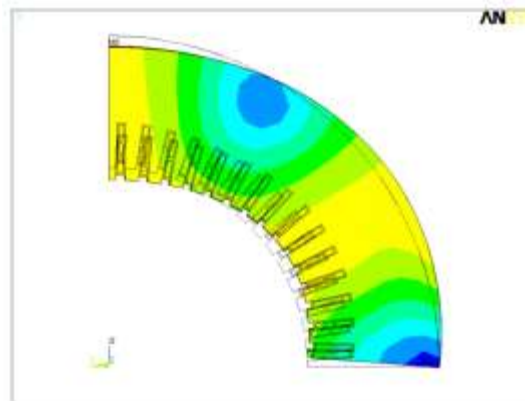
$$U_x \big|_{x=0} = 0 \quad U_{x,z} \big|_{y=0} = 0$$

Формы колебаний

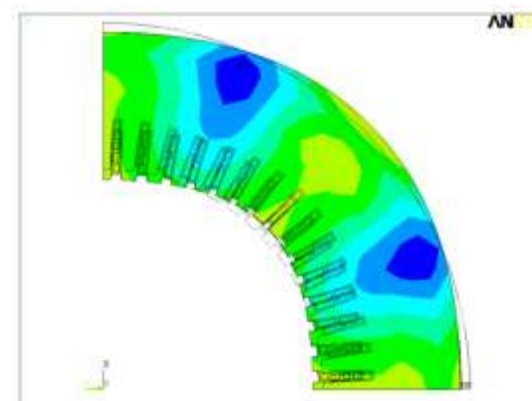
Изгибные колебания в плоскости кольца



$$k_1 = 165 \text{ Гц}$$

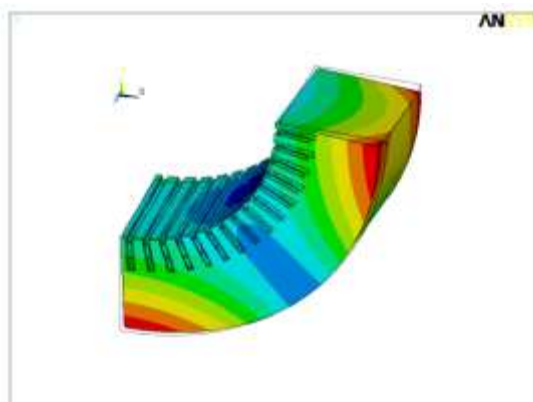


$$k_2 = 423 \text{ Гц}$$

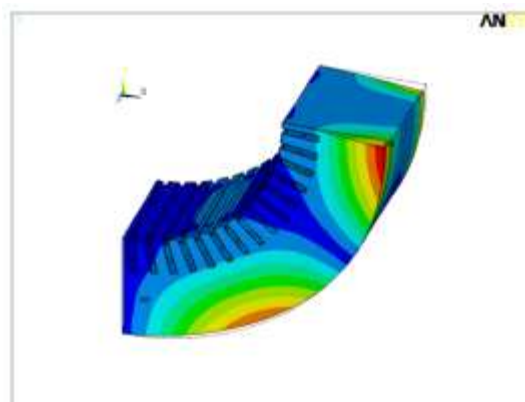


$$k_3 = 722 \text{ Гц}$$

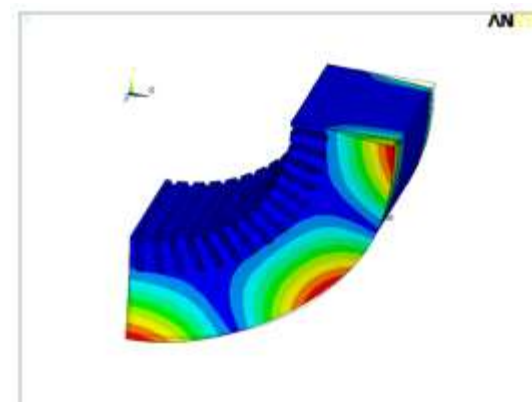
Изгибные колебания, перпендикулярные плоскости кольца



$$k_1 = 89 \text{ Гц}$$



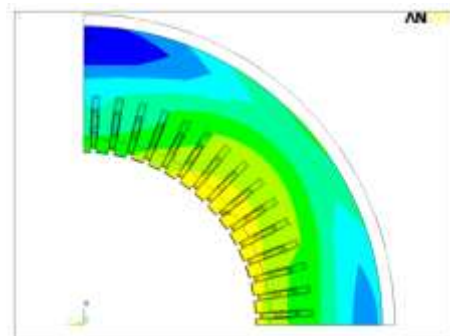
$$k_2 = 192 \text{ Гц}$$



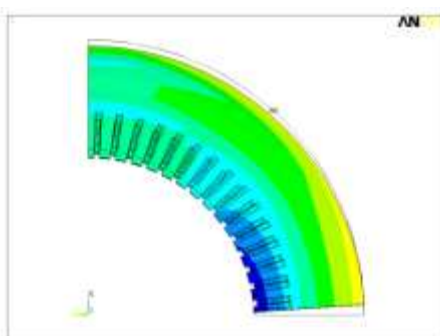
$$k_3 = 254 \text{ Гц}$$

Формы колебаний

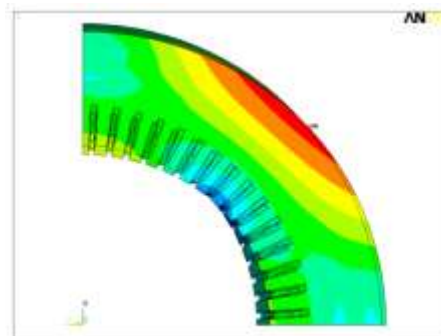
Радиальные колебания



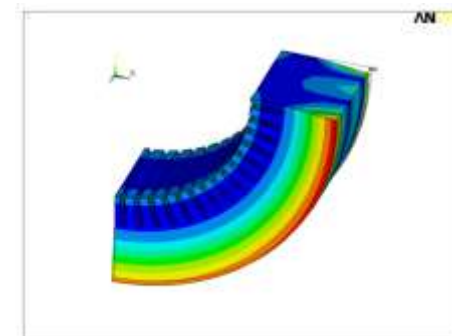
$k_1 = 516 \text{ Гц}$



$k_2 = 717 \text{ Гц}$



$k_3 = 1222 \text{ Гц}$



$k_1 = 203 \text{ Гц}$

Собственные частоты колебаний

$k, \text{ Гц}$

Изгибные в плоскости

Изгибные,
перпендикулярные
плоскости

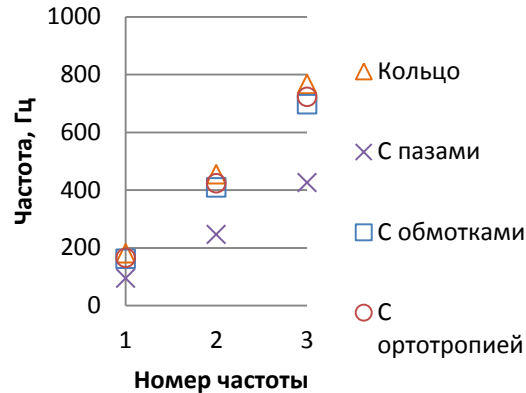
Радиальные

Крутильные

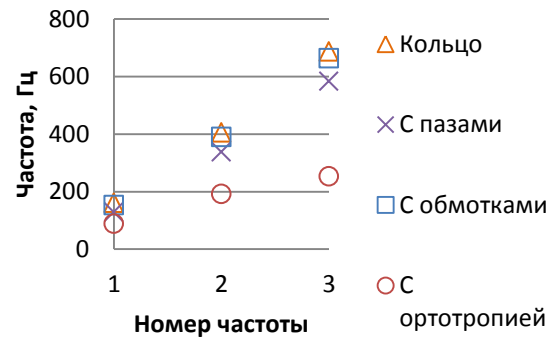
№	МКЭ	МКЭ	МКЭ	МКЭ
1	165	89	516	203
2	423	193	717	
3	722	254	1222	

Анализ и сравнение результатов

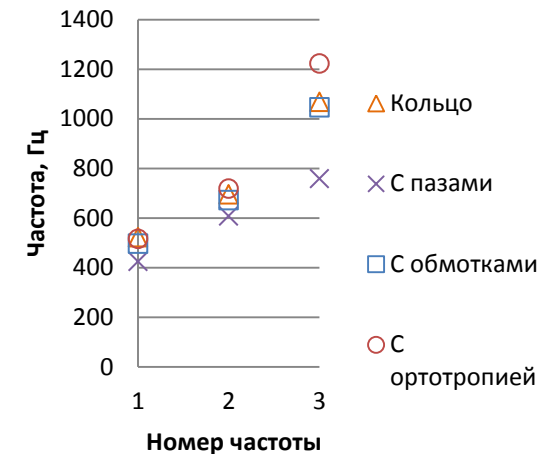
Изгибные в плоскости



Изгибные, перпендикулярные плоскости



Радиальные



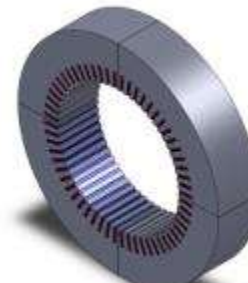
Кольцо



С пазами



С обмотками



С ортотропией



Исследование собственных частот и форм полномасштабной модели статора

Характеристики модели:

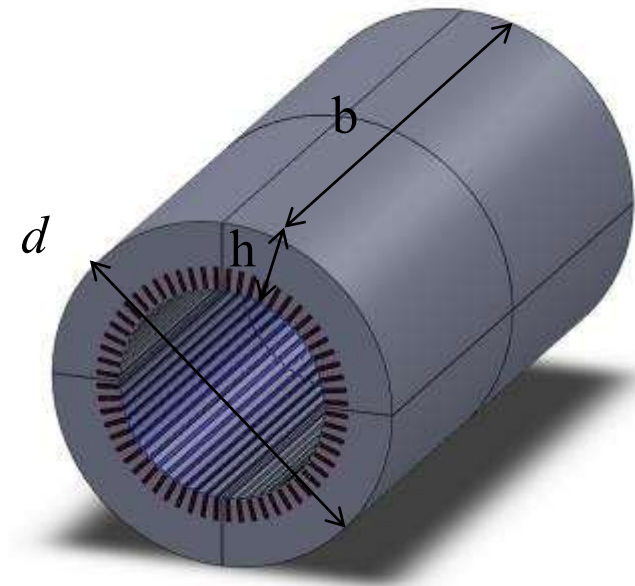
- Диаметр $d=3,28$ м
- Поперечное сечение
 $h=65,5$ см, $b=615,5$ см

Свойства материала сердечника:

- модуль Юнга $E_x=1.2$ ГПа, $E_y=1.4$ ГПа, $E_z=2 \cdot 10^{-4}$ ГПа
- коэффициент Пуассона $\nu_{xy}=0.18$
- плотность $\rho=6.7$ кг/м³
- модуль сдвига $G_{xy}=0.61$ ГПа, $G_{yz}=3.5 \cdot 10^{-2}$ ГПа, $E_z=3.5 \cdot 10^{-2}$ ГПа

Свойства материала обмоток:

- модуль Юнга $E=0.89$ ГПа;
- коэффициент Пуассона $\nu=0.35$
- плотность $\rho=6.74$ кг/м³



Свойства материала отводящего тепло:

- модуль Юнга $E=0.4$ ГПа;
- коэффициент Пуассона $\nu=0.2$
- плотность $\rho=1.9$ кг/м³

Исследование собственных частот и форм элемента статора с учетом ортотропных свойств сердечника КЭ-постановка

Характеристики КЭ-модели:

Тип элемента: кубический
двадцатиузловой элемент
SOLID186.

Число элементов: 4553.

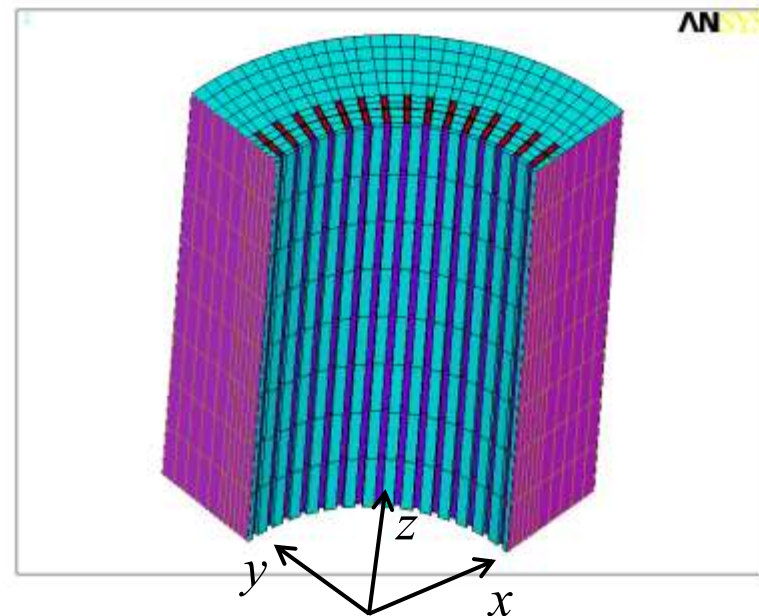
Число узлов: 16640.

Граничные условия:

Условия симметрии на обеих границах

Условия симметрии и антисимметрии

Условие симметрии : $U_z \big|_{z=b/2} = 0$

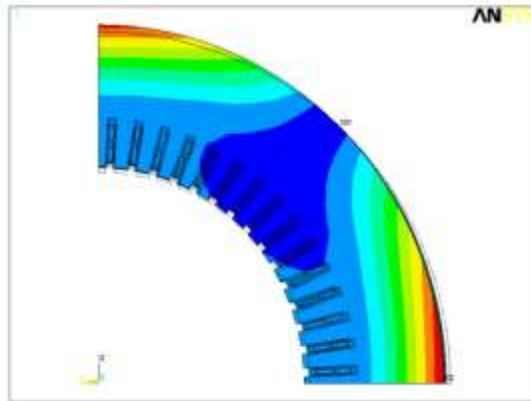


$$U_x \big|_{y=0} = 0 \quad U_y \big|_{x=0} = 0$$

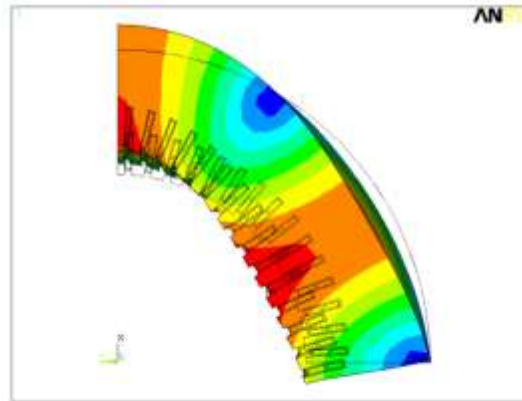
$$U_x \big|_{y=0} = 0 \quad U_{x,z} \big|_{y=0} = 0$$

Формы колебаний

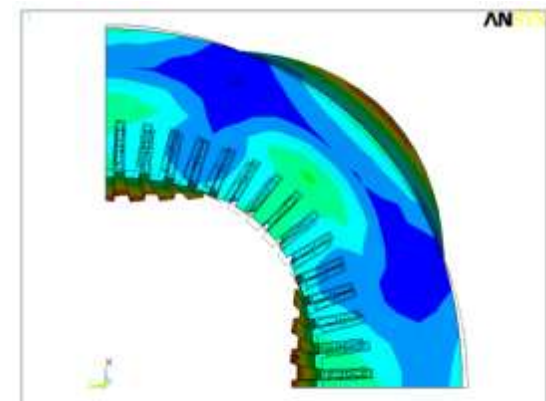
Изгибные колебания в плоскости кольца



$k_1 = 167 \text{ Гц}$

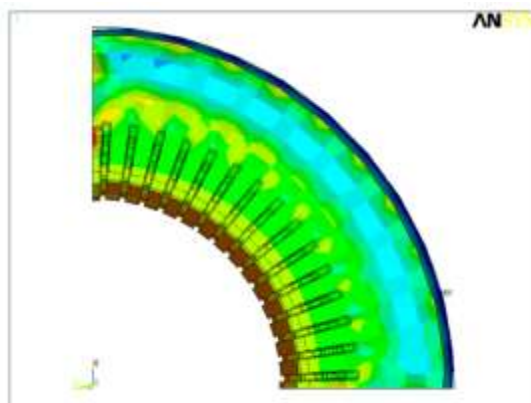


$k_2 = 427 \text{ Гц}$

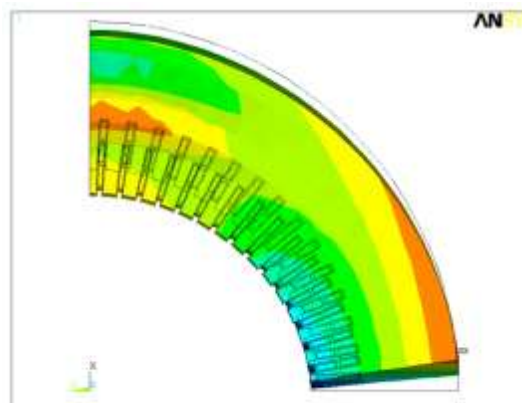


$k_3 = 734 \text{ Гц}$

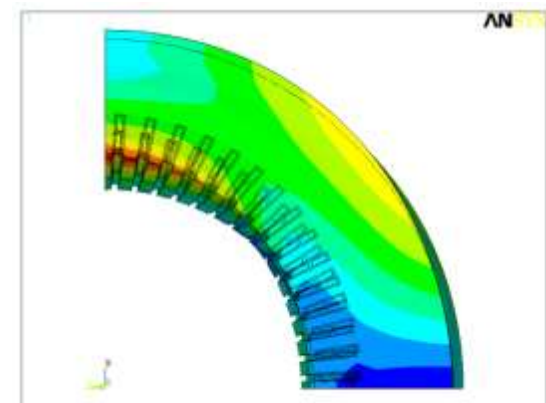
Радиальные колебания



$k_1 = 518 \text{ Гц}$



$k_2 = 724 \text{ Гц}$



$k_3 = 1235 \text{ Гц}$

Анализ и сравнение результатов

Собственные частоты колебаний

к, Гц

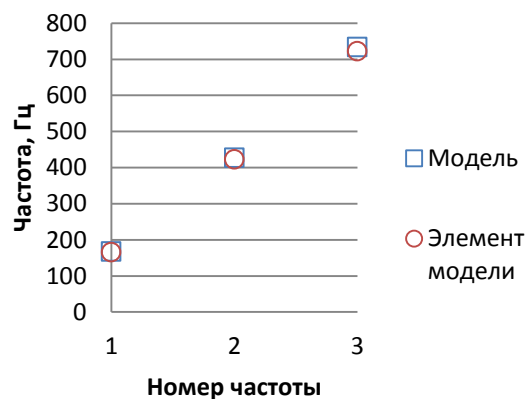
Изгибные в плоскости

№	МКЭ
1	167,44
2	426,73
3	733,77

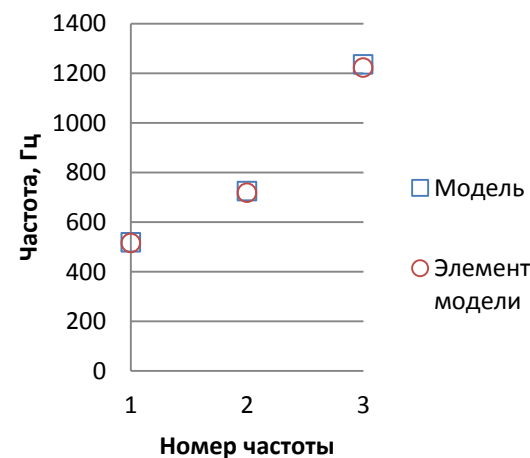
Радиальные

МКЭ
518,05
724,32
1235,29

Изгибные в
плоскости



Радиальные



Значения радиальных и изгибных колебаний при переходе к полномасштабной модели изменились не значительно.

Выводы

Проверена корректность и соответствие собственных частот и форм колебаний тонкого кольца, полученных аналитически и при помощи МКЭ.

Найдены частоты и формы свободных колебаний кольца, как элемента сердечника статора.

Учтены особенности конструкции статора: влияние зубцовой зоны, вставка обмоток, ортотропные свойства сердечника.

Для полномасштабной модели сердечника статора вычислены частоты колебаний, имеющих место в плоскости статора: радиальные и изгибные.