

# ВЫПУСКНАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА

## Тема

Динамическое поведение тросовой системы

---

# МПУ

---

Выполнил студент гр. 4055/2  
Форсов Артем.

Руководитель, профессор  
Б.А. Смольников.

# 1. ВВЕДЕНИЕ

## Свойства орбитальной тросовой системы

1

Большая протяженность тросовых систем

2

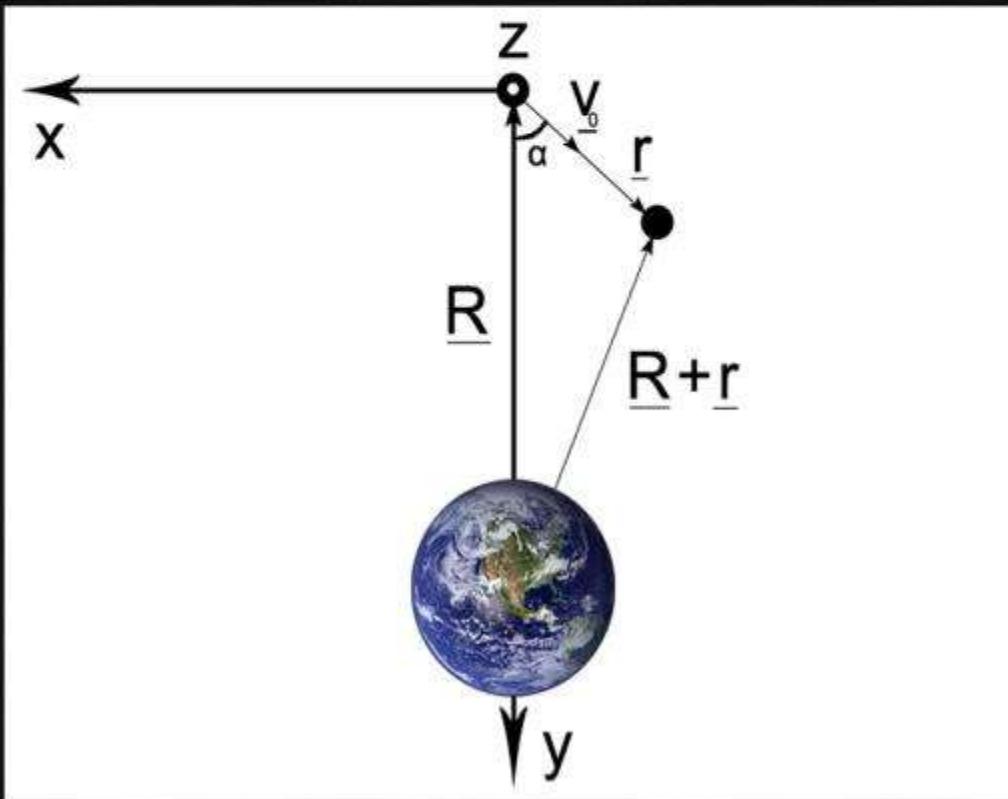
Возможность гибко изменяемой конфигурации

3

Активное взаимодействие троса с внешней средой

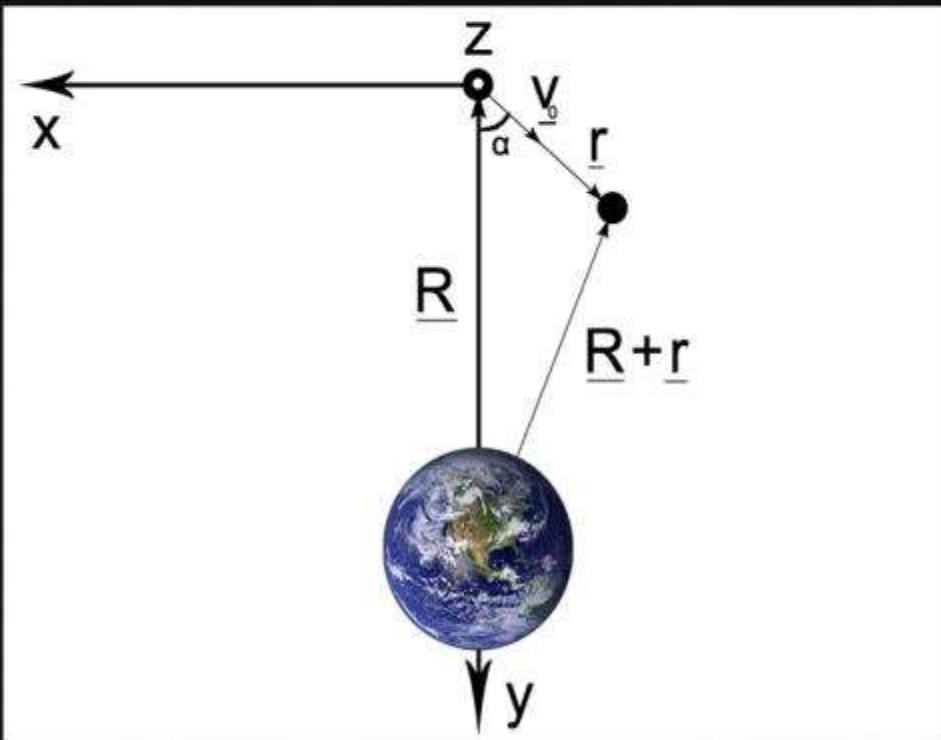
## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим две материальные точки (спутник и капсулу) соединенные невесомой нитью и двигающиеся в поле неподвижного притягивающего центра Земли.



## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Кapsула выбрасывается со спутника с относительной скоростью  $V_0$  под углом  $\alpha$ . Задача заключается в выборе оптимального угла выброса  $\alpha$ , при котором длина раскрытия троса будет наибольшей.



# 3. ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЯ

## Составление уравнений движения

$$\underline{w_a} = \underline{w_0} + 2\underline{\Omega} \times \underline{v_r} + \underline{\Omega} \times (\underline{\Omega} \times \underline{r}) + \ddot{\underline{r}};$$

$$\underline{v_r} = \dot{\underline{r}};$$

$$\underline{r} = x\underline{i} + y\underline{j};$$

$$\underline{w_0} = \underline{\Omega} \times (\underline{\Omega} \times \underline{R});$$

$$\underline{R} = -R\underline{j};$$

$$\underline{w_a} = -(\Omega^2 x + 2\Omega \dot{y} - \ddot{x})\underline{i} + (\Omega^2 R - \Omega^2 y + 2\Omega \dot{x} + \ddot{y})\underline{j};$$

$$\underline{T} = \frac{T(x\underline{i} + y\underline{j})}{\sqrt{x^2 + y^2}};$$

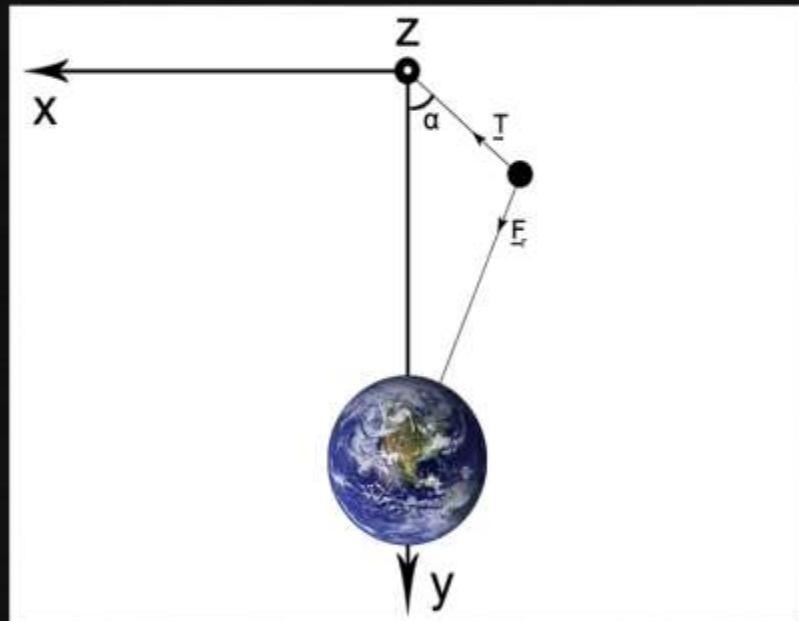
$$\underline{\Omega} = \sqrt{\frac{\mu}{R^3}}; \mu = GM;$$

$$\underline{F_r} = -\frac{\mu m}{|R + \underline{r}|^3} (R + \underline{r});$$

$$|R + \underline{r}|^3 = (x^2 + (y - R)^2)^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{R^3} + \frac{3y}{R^4} + O(\delta_1) + O(\delta_2);$$

$$\text{где: } \delta_1 = \frac{x^2}{R^5}, \delta_2 = \frac{y^2}{R^5};$$

$$\underline{F_r} = -\mu m \left( x\underline{i} + (y - R)\underline{j} \right) \left( \frac{1}{R^3} + \frac{3y}{R^4} \right);$$



## 3. ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЯ

### Составление уравнений движения

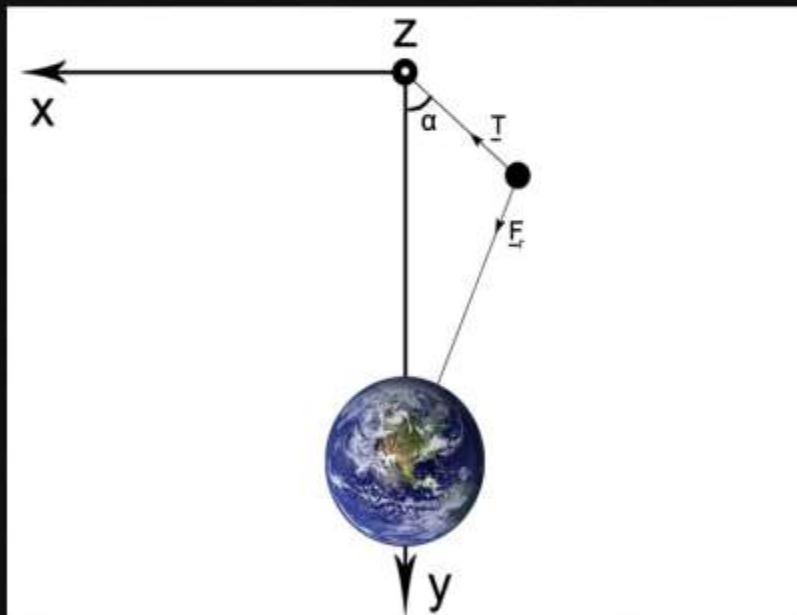
$$\begin{cases} \ddot{x} - \Omega^2 x - 2\Omega \dot{y} + \frac{\mu}{R^3} x = -\frac{Tx}{m\sqrt{x^2+y^2}} \\ \ddot{y} - \Omega^2 y + 2\Omega \dot{x} + \frac{\mu}{R^3} y - 3\Omega^2 y = -\frac{Ty}{m\sqrt{x^2+y^2}} \end{cases};$$

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\Omega \dot{y} = -\frac{Tx}{m\sqrt{x^2+y^2}} \\ \ddot{y} + 2\Omega \dot{x} - 3\Omega^2 y = -\frac{Ty}{m\sqrt{x^2+y^2}} \end{cases}; \quad (1)$$

Которую мы будем решать со следующими начальными условиями:  
 $\begin{cases} x(0) = 0, \dot{x}(0) = -V_0 \sin \alpha; \\ y(0) = 0, \dot{y}(0) = V_0 \cos \alpha; \end{cases}$

Интеграл энергии:

$$\frac{x^2+y^2}{2} - \frac{3}{2}\Omega^2(y^2) = T\sqrt{x^2+y^2} + C$$



## 3. ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЯ

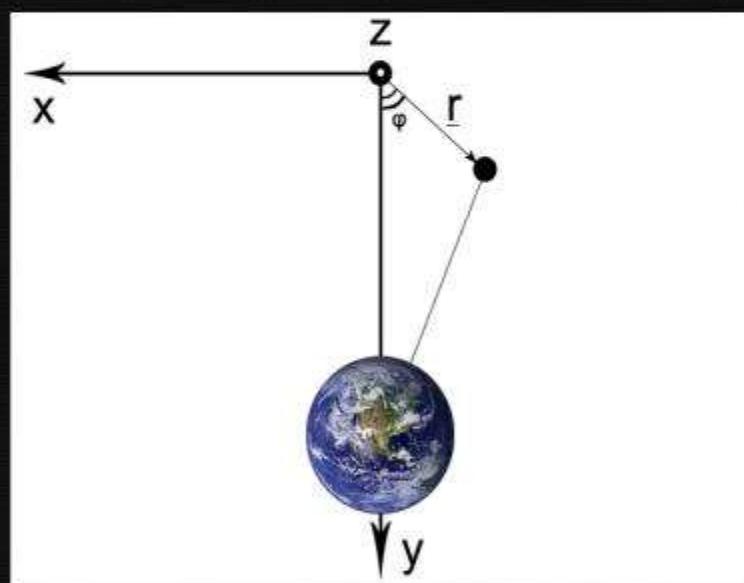
### Составление уравнений движения

$$\begin{cases} x = -r \sin \varphi, \\ y = r \cos \varphi; \end{cases}$$

$$\begin{cases} r\dot{\varphi} + 2\dot{r}\varphi + 2\Omega r - 3\Omega^2 r \cos \varphi \sin \varphi = 0 \\ -\ddot{r} + r\dot{\varphi}^2 + 2\Omega r\dot{\varphi} + 3\Omega^2 r \cos \varphi^2 = \frac{T}{m} \end{cases}; \quad (2)$$

Начальные условия перепишутся  
в следующем виде:

$$\begin{cases} r(0) = 0, \dot{r}(0) = V_0, \\ \varphi(0) = \alpha, \dot{\varphi}(0) = 0 \end{cases}$$



## 4. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

$$m=1 \text{ (кг)}, V_0=10 \text{ (м/с)}, T=1 \text{ (H)}, R=6.671*10^6 \text{ (м)}$$

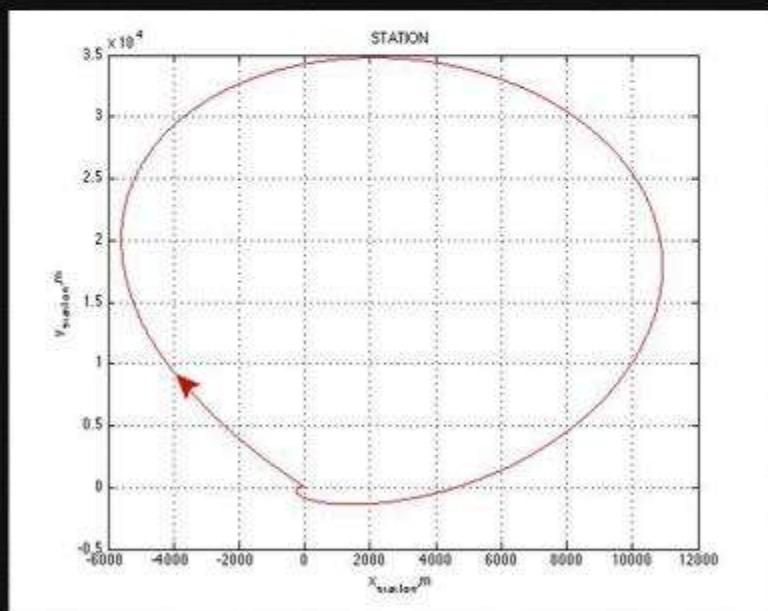


Рисунок 4.1:  $\alpha=\pi/6$ , С.О. связанная со спутником.

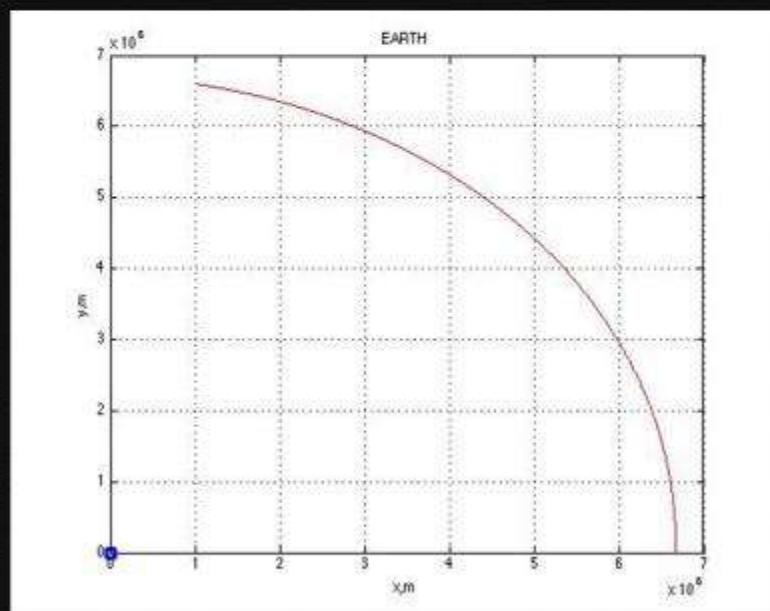


Рисунок 4.2:  $\alpha=\pi/6$ , С.О. связанная с Землей.

## 4. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

$$m=1 \text{ (кг)}, V_0=10 \text{ (м/с)}, T=1 \text{ (H)}, R=6.671*10^6 \text{ (м)}$$

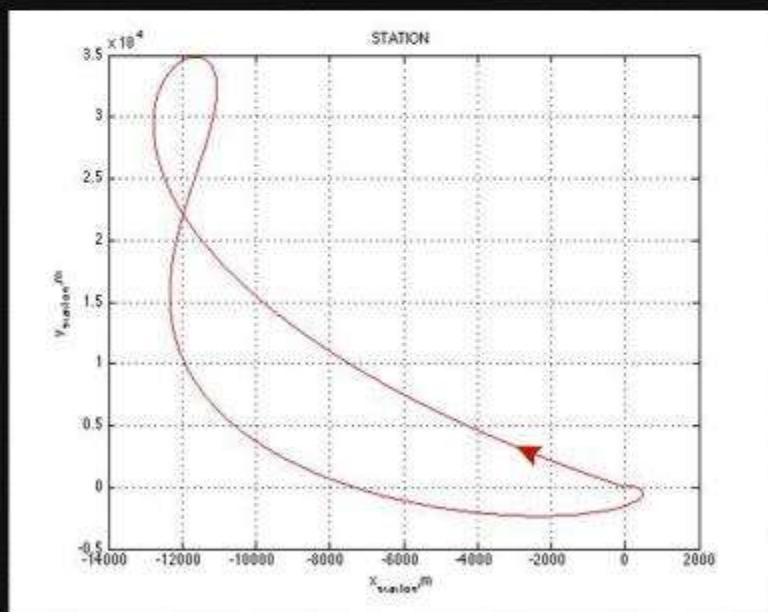


Рисунок 4.3:  $\alpha=\pi/4$ , С.О. связанная со спутником.

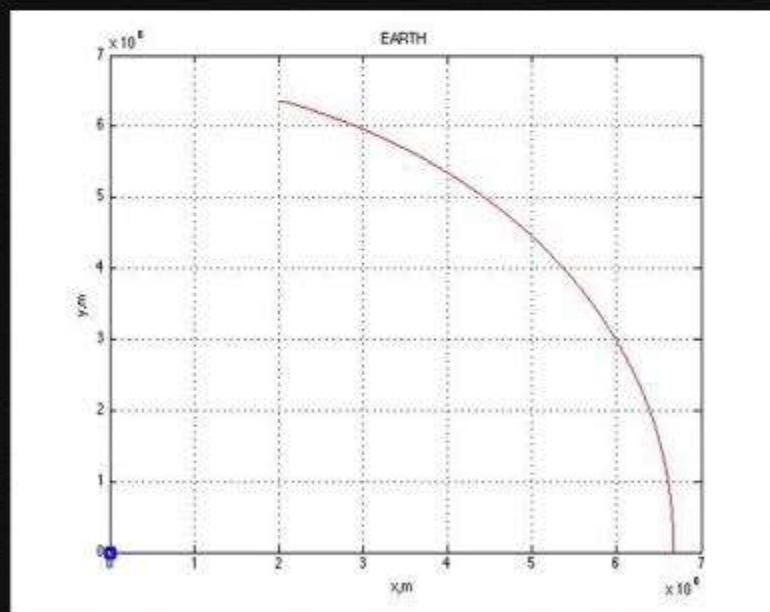


Рисунок 4.4:  $\alpha=\pi/4$ , С.О. связанная с Землей.

## 4. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

$$m=1 \text{ (кг)}, V_0=10 \text{ (м/с)}, T=1 \text{ (H)}, R=6.671*10^6 \text{ (м)}$$

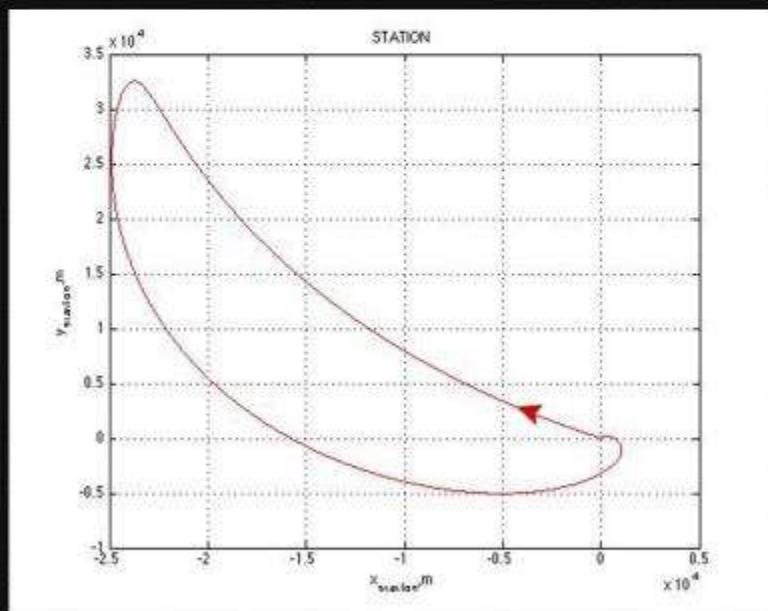


Рисунок 4.5:  $\alpha=\pi/3$ , С.О. связанная со спутником.

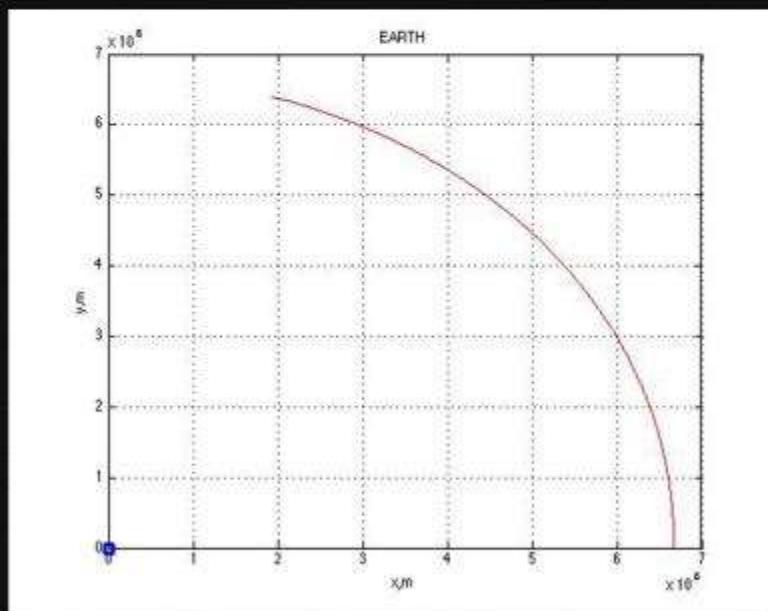


Рисунок 4.6:  $\alpha=\pi/3$ , С.О. связанная с Землей.

## 4. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

$$m=1 \text{ (кг)}, V_0=10 \text{ (м/с)}, T=1 \text{ (H)}, R=6.671*10^6 \text{ (м)}$$

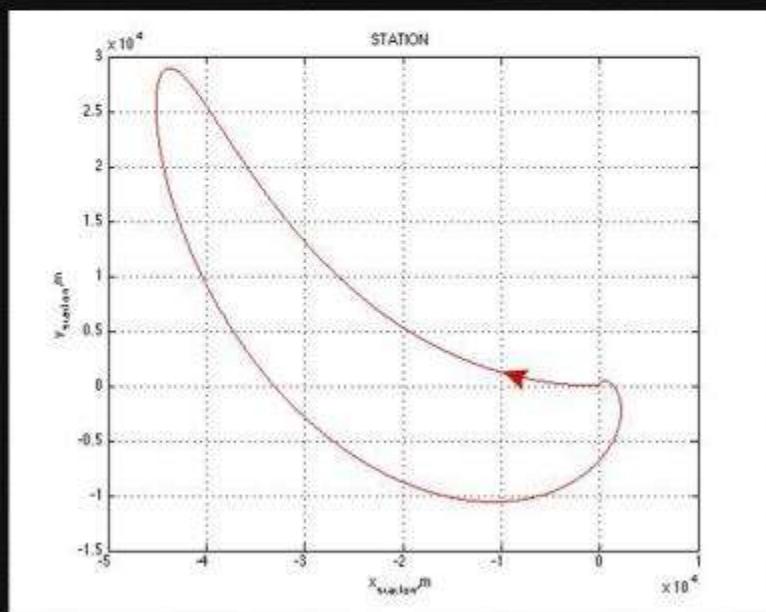


Рисунок 4.7:  $\alpha=\pi/2$ , С.О. связанная со спутником.

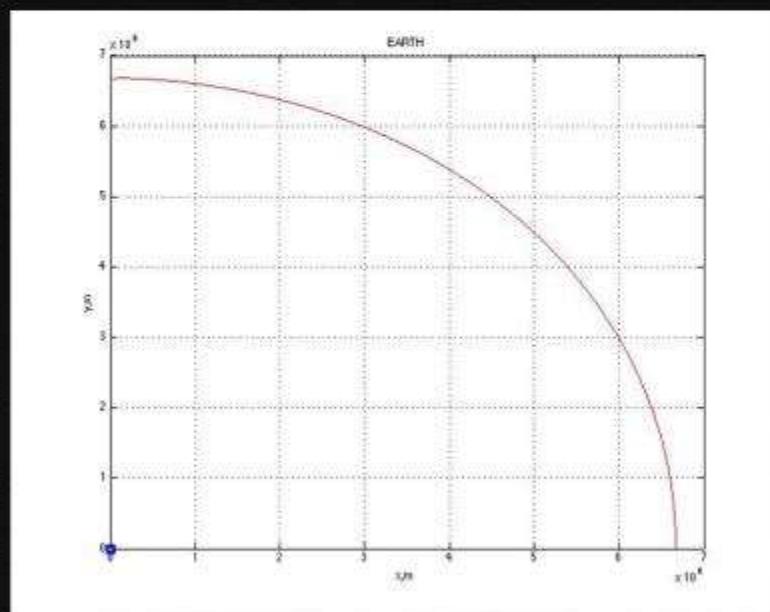


Рисунок 4.8:  $\alpha=\pi/2$ , С.О. связанная с Землей.

## 4. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

$$m=1 \text{ (кг)}, V_0=10 \text{ (м/с)}, T=1 \text{ (H)}, R=6.671*10^6 \text{ (м)}$$

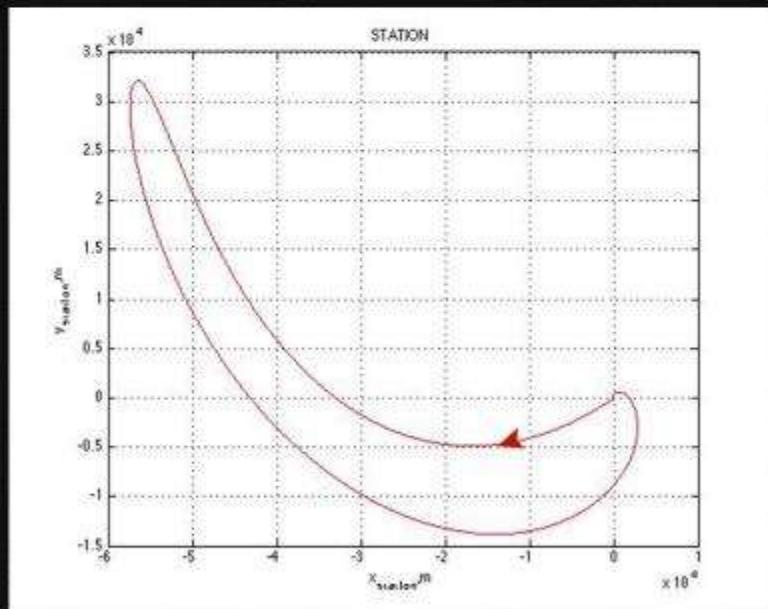


Рисунок 4.9:  $\alpha=2\pi/3$ , С.О. связанный со спутником.

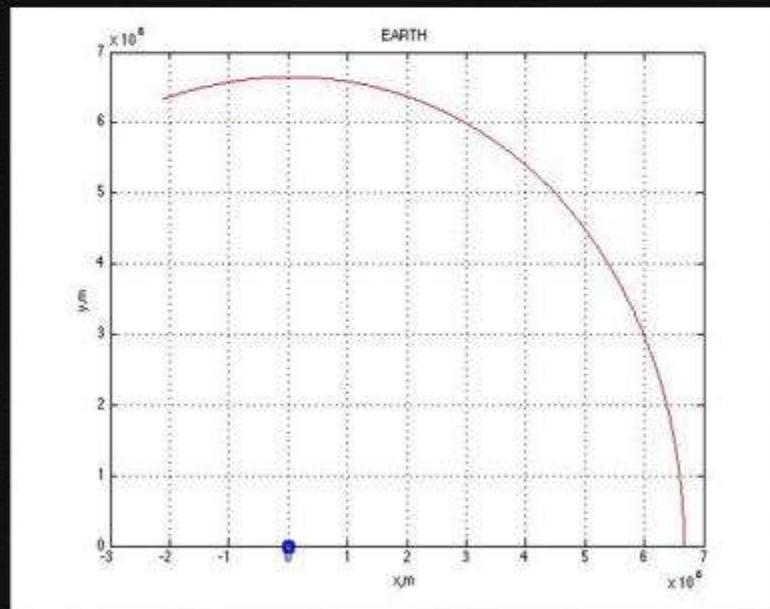


Рисунок 4.10:  $\alpha=2\pi/3$ , С.О. связанный с Землей.

## 4. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

$$m=1 \text{ (кг)}, V_0=10 \text{ (м/с)}, T=1 \text{ (H)}, R=6.671*10^6 \text{ (м)}$$

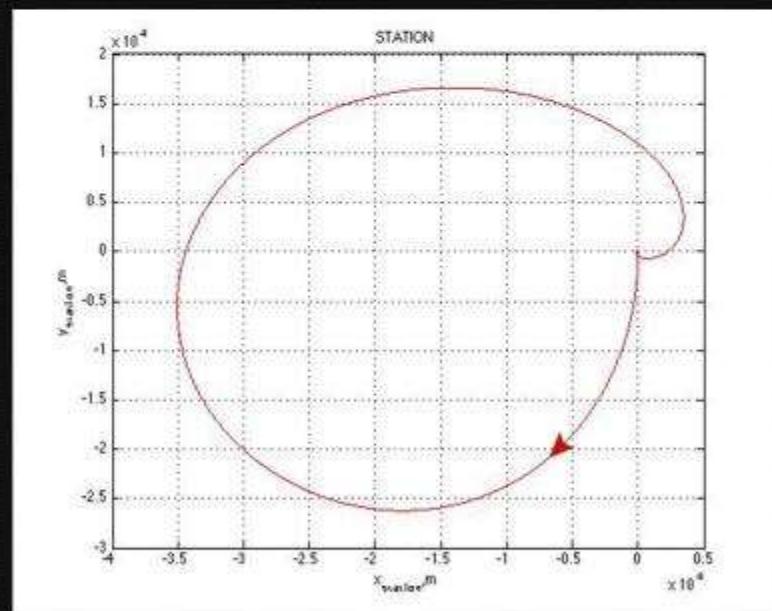


Рисунок 4.11:  $\alpha=\pi$ , С.О. связанная со спутником.

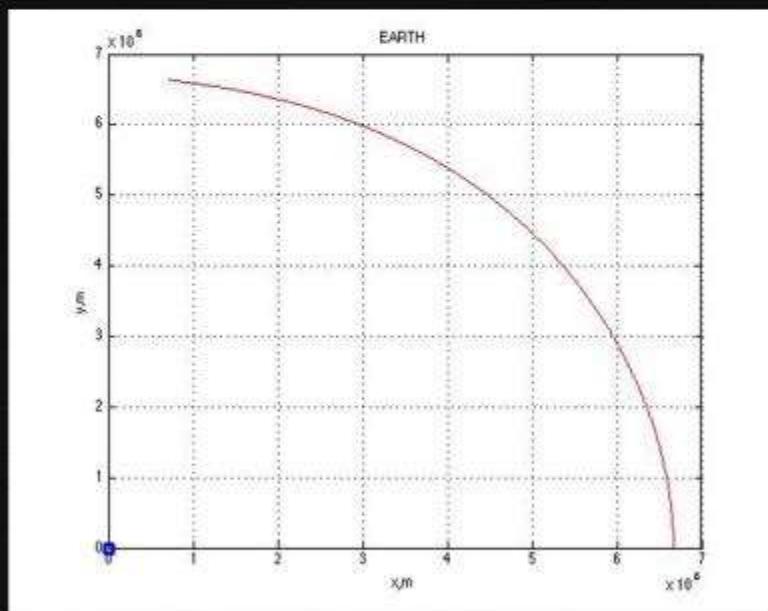


Рисунок 4.12:  $\alpha=\pi$ , С.О. связанная с Землей.

## 4. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

$$m=1 \text{ (кг)}, V_0=10 \text{ (м/с)}, T=1 \text{ (H)}, R=6.671*10^6 \text{ (м)}$$

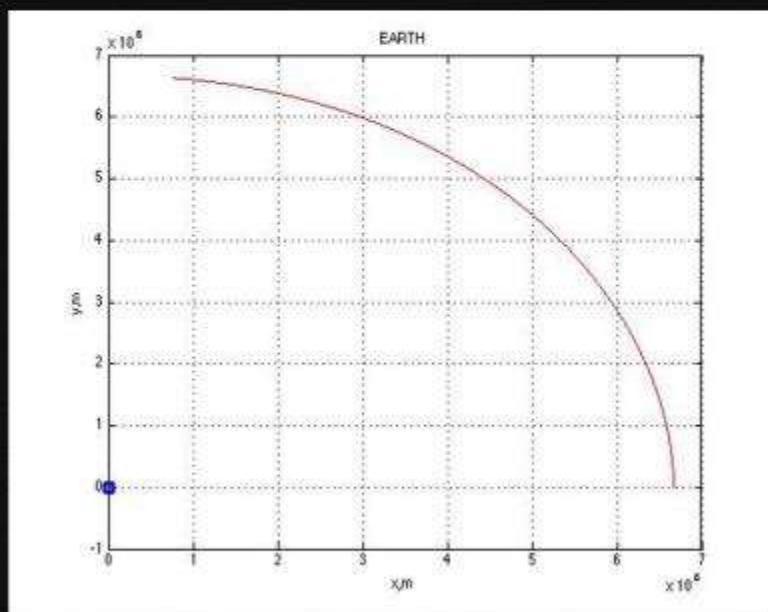
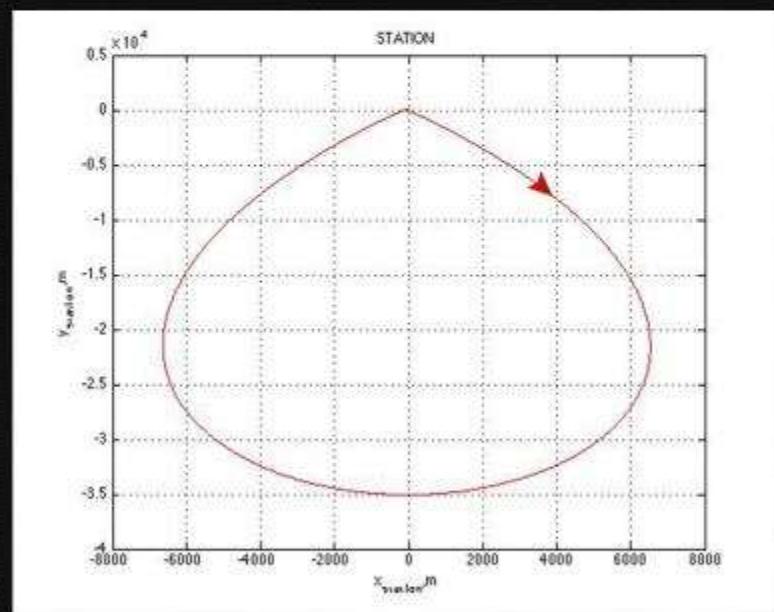


Рисунок 4.13:  $\alpha=212.4^\circ$ , С.О. связанная со спутником.

Рисунок 4.14:  $\alpha=212.4^\circ$ , С.О. связанная с Землей.

## 4. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

$$m=1 \text{ (кг)}, V_0=10 \text{ (м/с)}, T=1 \text{ (H)}, R=6.671*10^6 \text{ (м)}$$

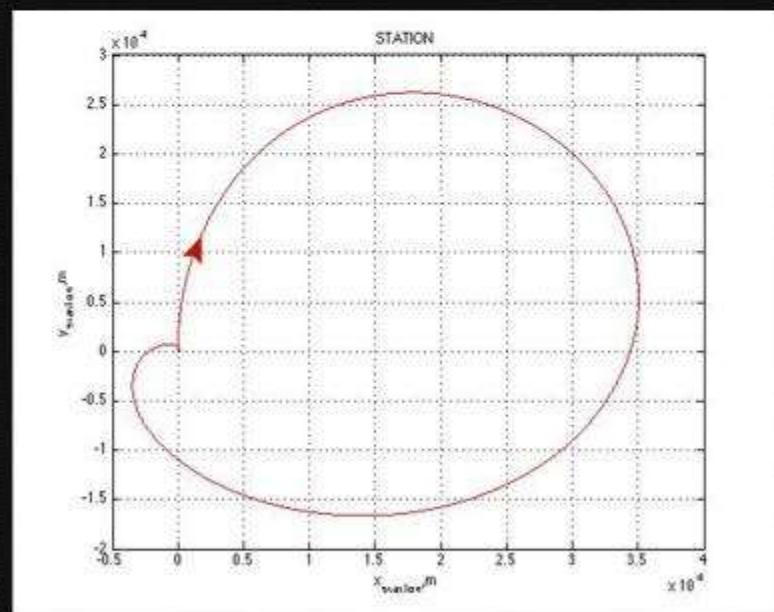


Рисунок 4.15:  $\alpha=2\pi$ , С.О. связанная со спутником.

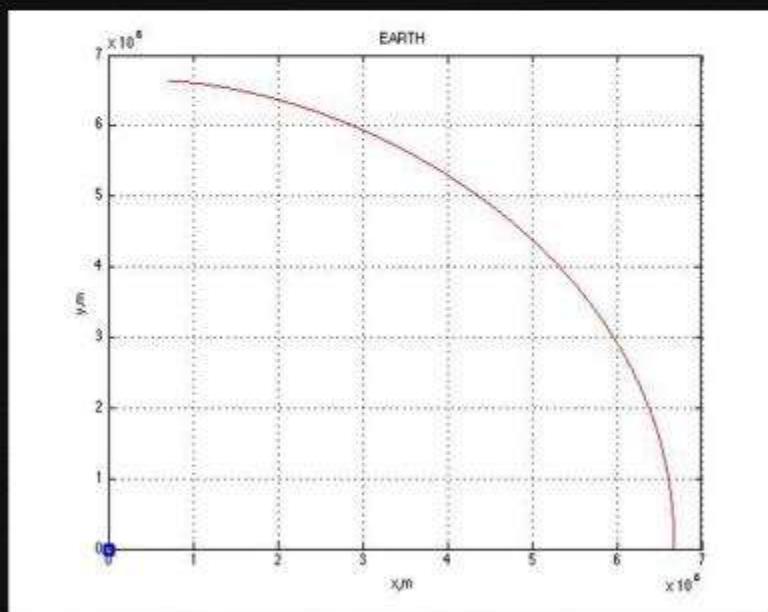


Рисунок 4.16:  $\alpha=2\pi$ , С.О. связанная с Землей.

## 5. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

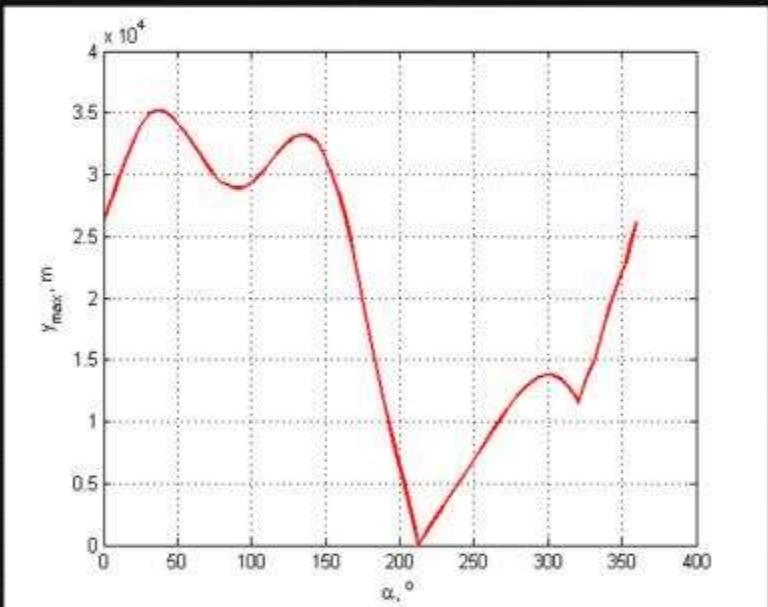


Рисунок 5.1: Максимальная длина раскрытия троса, в зависимости от угла выброса капсулы.

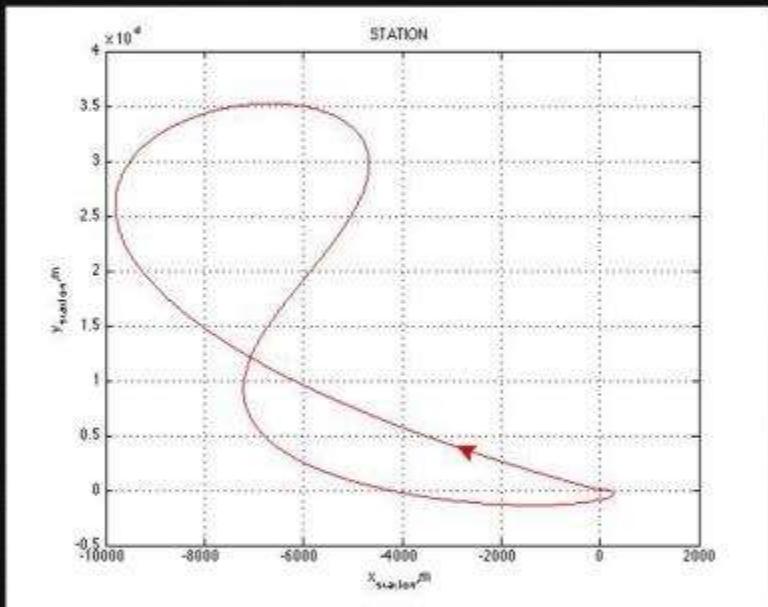


Рисунок 5.2: Траектория движения капсулы  $\alpha=39.6^\circ$ , С.О. связанная со спутником.

$$\max_{(a,t)} [y_s] = 35.239 \text{ (км)}$$

## 5. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

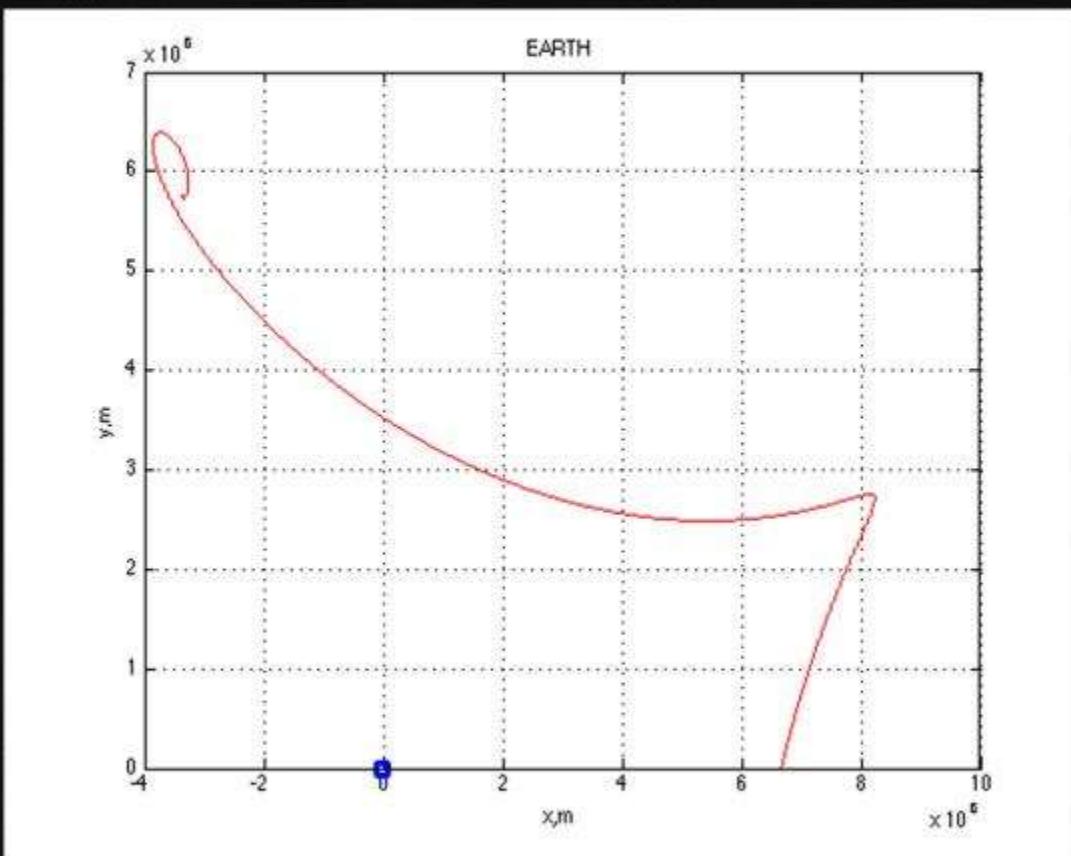


Рисунок 5.5: Траектория движения капсулы  
в С.О. связанная с Землей,  
при  $\alpha=39.6^\circ$  и  $V_0=6000(\text{м/с})$ .

---

Спасибо  
за внимание

---