



**Дипломная работа по направлению 651500 – Прикладная механика  
(150301.65 – Динамика и прочность машин)**

***Конечно-элементное моделирование и  
исследование пространственного напряженно-  
деформированного состояния резервуара с  
жидкостью под действием сейсмических  
нагрузок***

**Выполнил студент группы 6055/2**

**Д.С. Андриянов**

**Руководитель, к.т.н., профессор**

**А.И. Боровков**

**Соруководитель, ведущий инженер**

**В.С. Модестов**

**Санкт-Петербург  
2012**

## Содержание

- 1. Основы расчета конструкций на сейсмостойкость**
- 2. Методы расчета конструкций на сейсмостойкость**
- 3. Исследование методов расчета на сейсмостойкость применительно к бетонной балке**
- 4. Основы расчета резервуаров с жидкостью на сейсмическое воздействие**
- 5. Расчет резервуаров на сейсмическое воздействие с учетом присоединенных масс жидкостей**

# Свободные и вынужденные колебания линейного неконсервативного осциллятора

Свободные колебания:

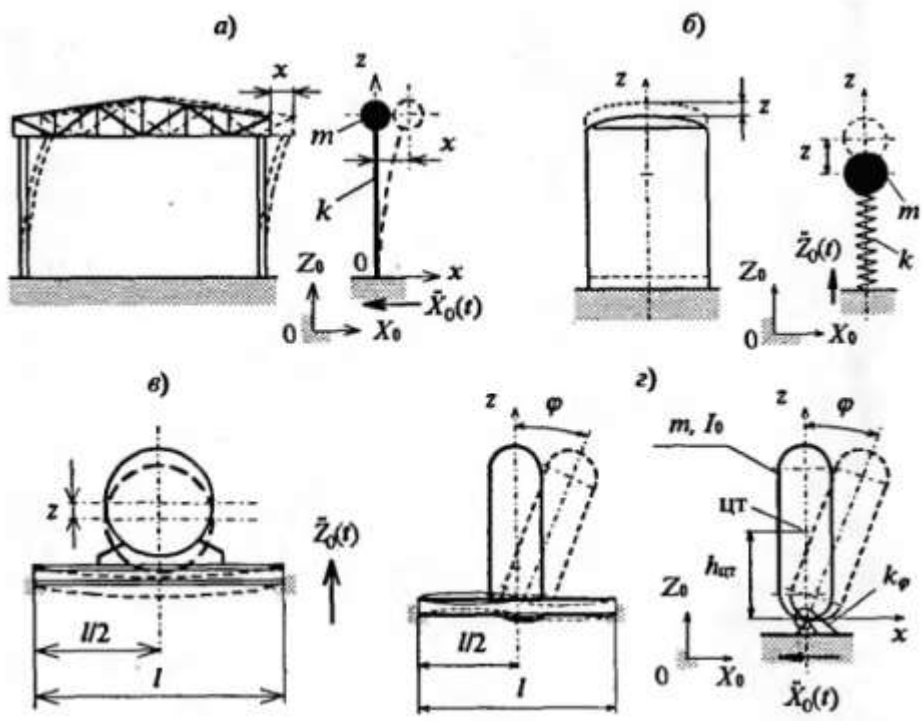
$$\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2x = 0$$

$$x = Ae^{-\zeta\omega t} \sin(\omega_D t + \alpha),$$

Вынужденные колебания:

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2x = -\ddot{X}_0(t).$$

$$x(t) = -\frac{1}{\omega_D} \int_0^t \ddot{X}_0(\tau) e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \sin[\omega_D(t-\tau)] d\tau.$$



$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad \zeta = \frac{b}{2\omega m} = \frac{b}{2\sqrt{km}}$$

$\ddot{X}_0(t)$  – кинематическое (сейсмическое) возмущение

$$\ddot{x}_a = \ddot{x} + \ddot{X}_0.$$

$$\ddot{x}_a \approx -\omega_D^2 x \approx \omega_D \dot{x}.$$

$$\omega_D = \omega \sqrt{1 - \zeta^2};$$

## Свободные и вынужденные колебания дискретных систем

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = -[M]\{U_x\}\ddot{X}_0(t),$$

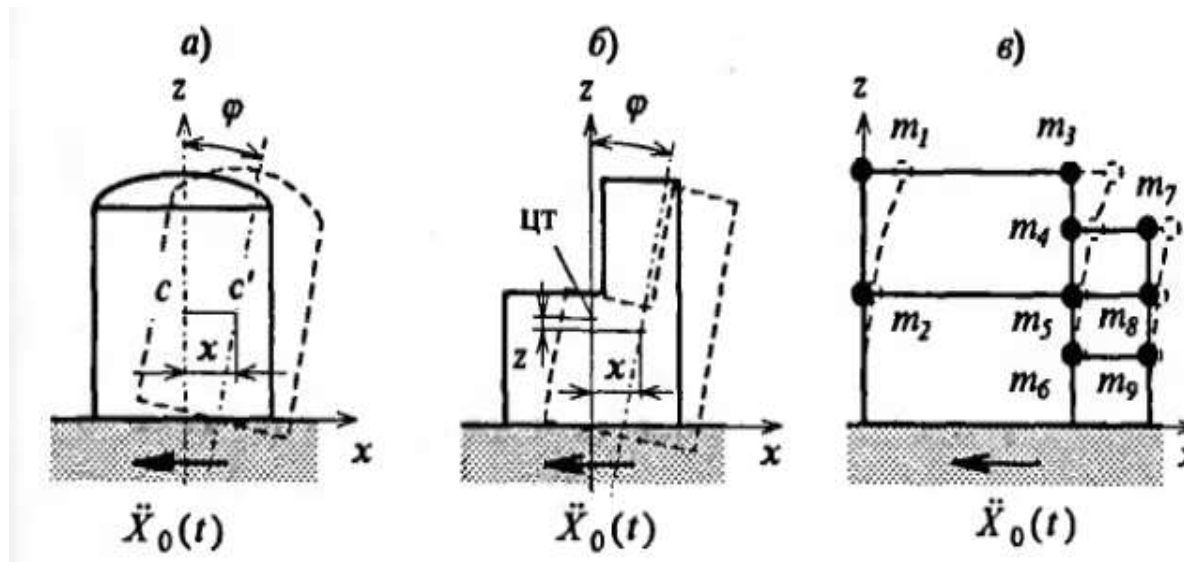
Модальная суперпозиция:  $\{u(t)\} = \sum_{j=1}^n \{\phi_j\} q_j(t)$

$$\ddot{q}_j + 2\zeta\omega_j\dot{q}_j + \omega_j^2 q_j = -\Gamma_j \ddot{X}_0(t),$$

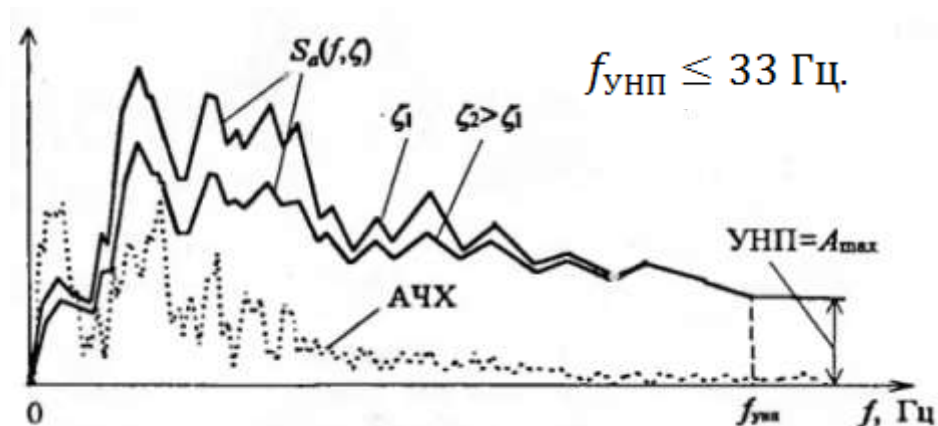
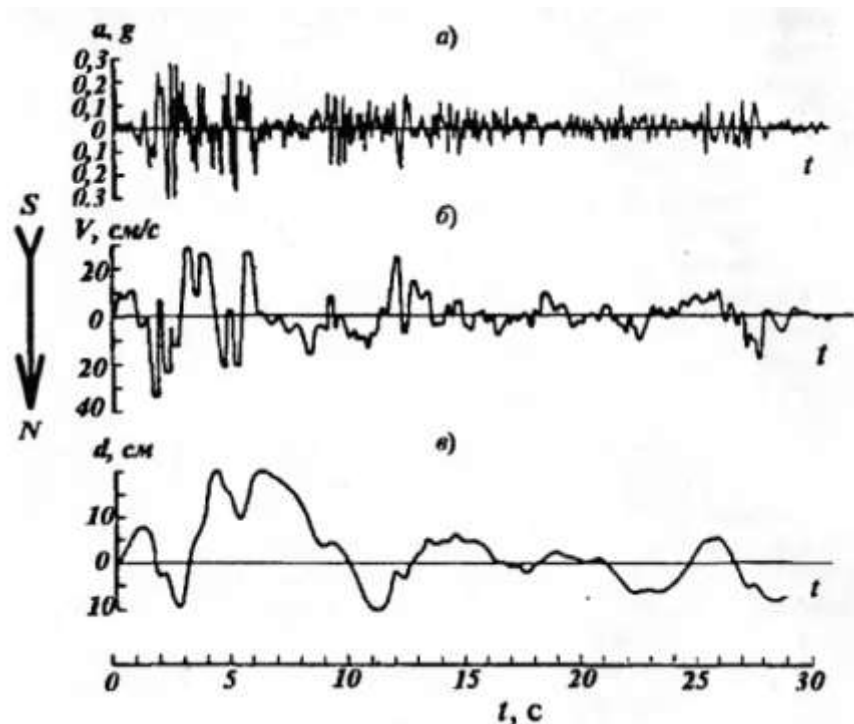
$$\Gamma_j = \frac{\{\phi_j\}^T [M] \{U_x\}}{\|\phi_j\|^2}.$$

Условие ортогональности матрицы диссипации:

$$\{\phi_i\}^T [C] \{\phi_j\} = \begin{cases} 0 & \text{при } i \neq j; \\ 2\zeta\omega_j \|\phi_j\|^2 & \text{при } i = j. \end{cases}$$



## Исходная сейсмологическая информация



Спектр отклика  $S_a(f, \zeta)$  и амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) спектра Фурье акселерограммы землетрясения

Линейный осциллятор:

$$x(t) = -\frac{1}{\omega_D} \int_0^t \ddot{X}_0(\tau) e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \sin[\omega_D(t-\tau)] d\tau.$$

$$\frac{1}{2\pi f} S_a(f, \zeta) = S_v(f, \zeta) = 2\pi f S_d(f, \zeta)$$

Примеры записей сейсмических колебаний грунта (Эль-Центро, Калифорния, 18.05.1940, компонента N-S):

а) акселерограмма; б) велосигграмма; в) сейсмограмма

## Синтезированная модель сейсмического воздействия СА-482

- Синтезированная акселерограмма
- Обобщенные безразмерные спектры коэффициента динамичности (СКД)

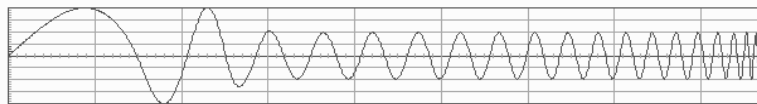


Рис. 1. СА - 482 :  $A_{max} = .400 \text{ g}$ ,  $T = 4.36 \text{ c}$   
шаг сетки графика:  $a = .100 \text{ g}$ ,  $t = .500 \text{ c}$

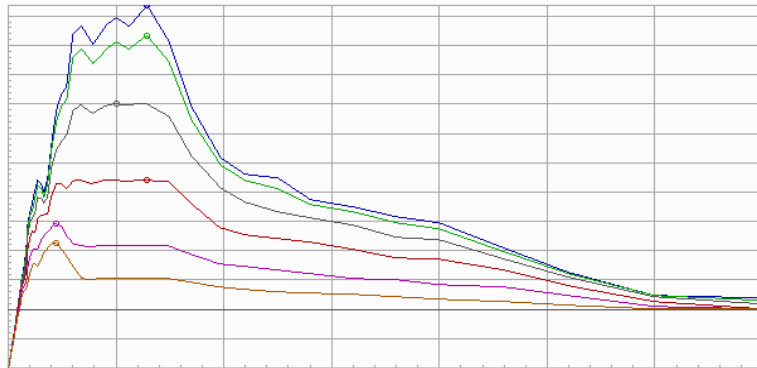
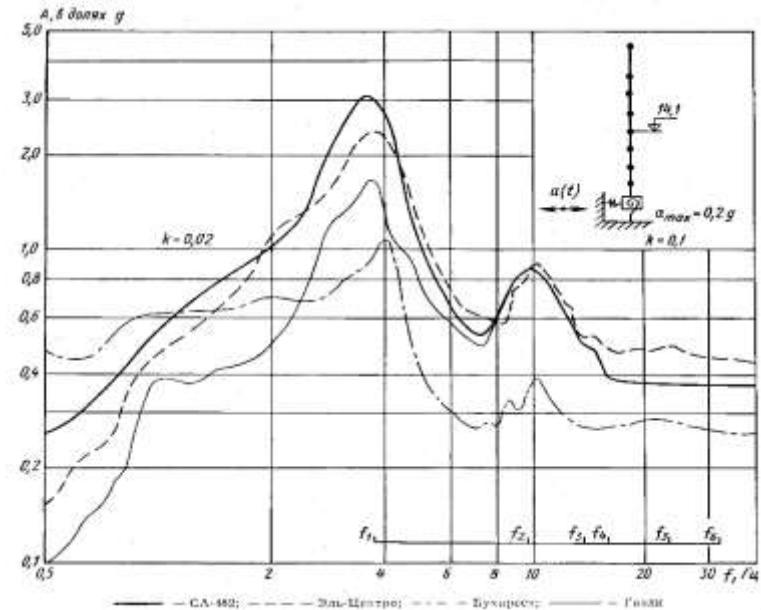


Рис. 2. Спектры Ответа акселерограммы  $A(k, F)_{(g)}$  для частот  $F=0 \text{ - } 35.0 \text{ Гц}$ ;  
шаг\_a= .200 g;  $k=0, .005, .020, .050, .100, .150$ ; шаг\_f= 5.00 Гц

Синтезированная акселерограмма (1) и её действительные спектры ответа (2) при  $A_{max} = 0,4g$



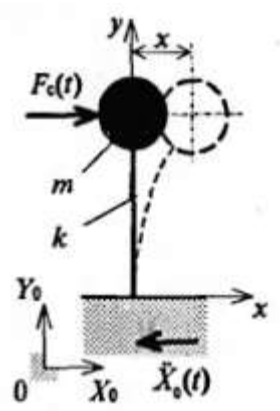
Поэтажные спектры ответа на отметке 14,1 м в здании реактора АЭС, полученные из расчетов на аналоговые акселерограммы и на СА-482

## Метод динамического анализа в расчете на сейсмическое воздействие

- Нелинейные системы – прямое пошаговое интегрирование
- Линейные системы – метод модальной суперпозиции

Исходная сейсмологическая информация – акселерограммы движения основания

Дискретная линейная система с  $n$  степенями свободы:



$$\{F_c(t)\} = g[M]\{\ddot{u}_a(t)\}, \quad \{\ddot{u}_a(t)\} = \sum_{j=1}^n \{\eta_j\} [\ddot{\vartheta}_j(t) + \ddot{X}_0(t)].$$

$$q_j(t) = \Gamma_j \vartheta_j(t) \quad \{\eta_j\} = \{\phi_j\} \Gamma_j.$$

$$\{F_c(t)\} = g \sum_{j=1}^s [M] \{\eta_j\} \ddot{\vartheta}_{ja}(t).$$

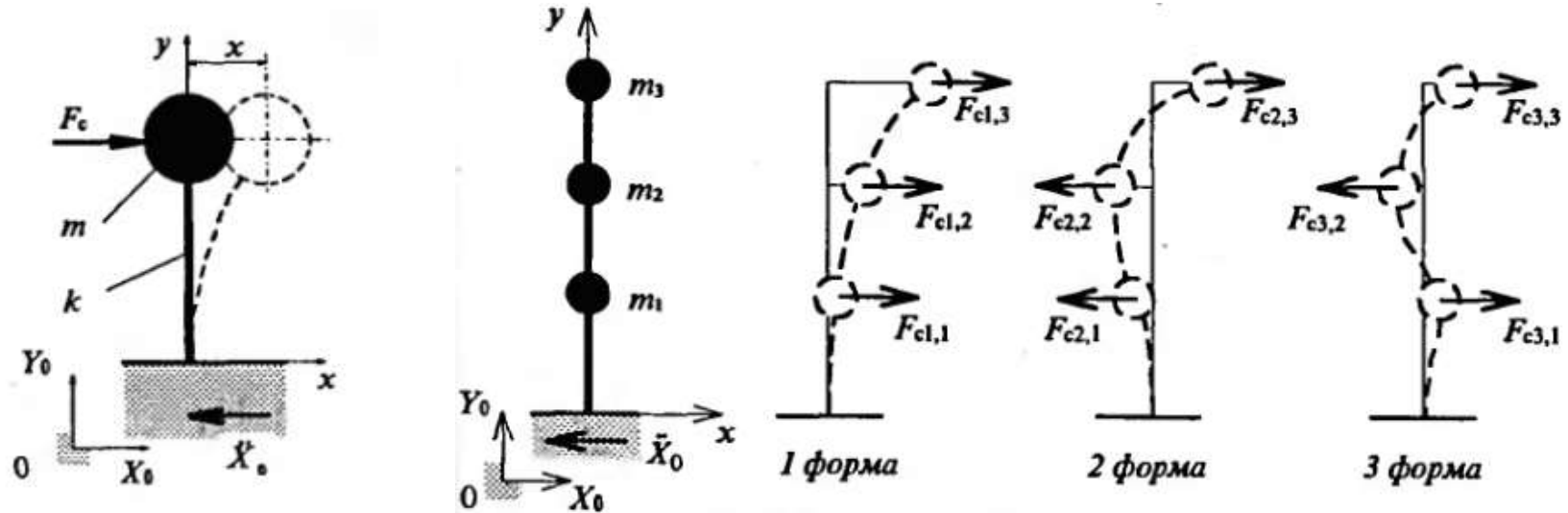
$\{r(t)\}$  - вектор откликов системы

$$\{r(t)\} = [T]\{F_c(t)\}, \quad [T] - \text{матрица перехода}$$

$$F_c(t) = -mg\ddot{x}_a(t)$$

$$\{r(t)\} = g \sum_{j=1}^s [T][M] \{\eta_j\} \ddot{\vartheta}_{ja}(t).$$

## Линейно-спектральная теория сейсмостойкости



$$F_c = mgA_{max}S_a(f, \zeta)$$

$$\{F_{cj}\} = g[M]\{\eta_j\}A_{max}S_a(f_j, \zeta_j)$$

Модальный сейсмический отклик системы:

$$\{R_j\} = [T]\{F_{cj}\} = g[T][M]\{\eta_j\}A_{max}S_a(f_j, \zeta_j).$$

Суммарный (расчетный) отклик системы:

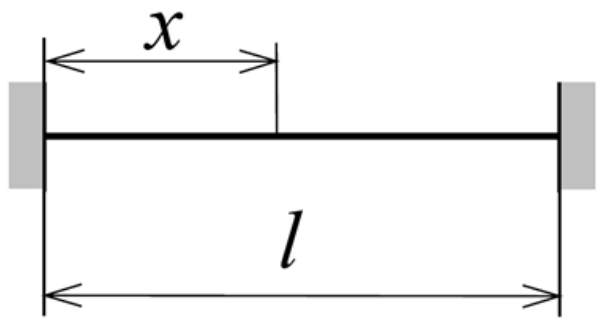
$$R_{ak} = \pm \sum_{j=1}^s |R_{jk}|. \quad R_{ak} = \pm \sqrt{\sum_{j=1}^s R_{jk}^2}.$$

Другие методы суммирования, например:

$$R_{ak} = \pm \sqrt{\sum_{j=1}^s R_{jk}^2 + 2 \sum_{l=1}^m \sum_{r=1}^m |R_{lk} R_{rk}|, \quad l \neq r,$$



# Расчет балки на сейсмическое воздействие по линейно-спектральной теории



Континуальная расчетная схема балки

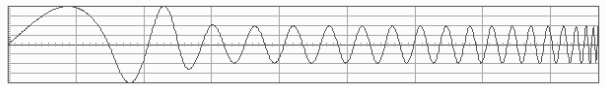


Рис. 1. С А - 4 8 2 : Аmax = .400 g, T = 4.36 c  
шаг сетки графика: a = .100 g, t = .500 c

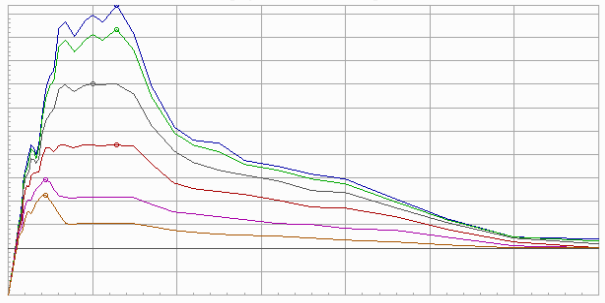


Рис. 2. Спектры Ответа акселерограммы  $A(k, F)$  (g) для частот  $F=0 \dots 35.0$  Гц;  
шаг\_a = .200 g;  $k=0, .005, .020, .050, .100, .150$ ; шаг\_f = 5.00 Гц

Акселерограмма и соответствующие спектры отклика

$E, \text{Па}$	$3 \times 10^{10}$
$\rho, \text{кг/м}^3$	2000
$l, \text{м}$	7.2
$b, \text{м}$	0.15
$h, \text{м}$	0.3
$I, \text{м}^4$	$3.375 \times 10^{-4}$

Физические и геометрические параметры балки

Коэффициент относительного затухания  $\zeta = 0.005$

# Расчет балки на сейсмическое воздействие по линейно-спектральной теории в ANSYS

## ANSYS «Single-Point Response Spectrum (SPRS) Analysis»



Тип элемента	SOLID185
Количество узлов $N_{NODE}$	26064
Количество элементов $N_{ELEM}$	21600
Количество степеней свободы $N_{DOF}$	78192

Конечно-элементная модель балки, жестко заделанной на концах

$$\omega_n = \frac{\lambda_n^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}}, \quad n = 1, 2, \dots \quad \lambda_n = \frac{(2n+1)\pi}{2}$$

$$f_1^{теор} = 22.87 \text{ Гц}; \quad f_1^{числ} = 23.26 \text{ Гц}$$

$$M_j^{eff} = \Gamma_j^2 m_j^*$$

$$\sum_{j=1}^{10} M_j^{eff} = 309.071 \text{ кг}$$

(95% от полной массы конструкции)

Номер частоты $j$	Частота $f_j, \text{Гц}$	Эффективная масса $M_j^{eff}, \text{кг}$	$M_j^{eff} / M_{полн}, \text{ед.}$
1	23,26	224,1	0,69
2	121,7	43,55	0,14
3	286,4	17,98	0,06
4	502,4	9,85	0,03
5	549,3	0	0
6	756,3	6,24	0,02
7	1037	4,29	0,01
8	1098	0	0
9	1338	3,10	0,01
10	1646	0	0

## Результаты расчета балки на сейсмическое воздействие по линейно-спектральной теории в ANSYS

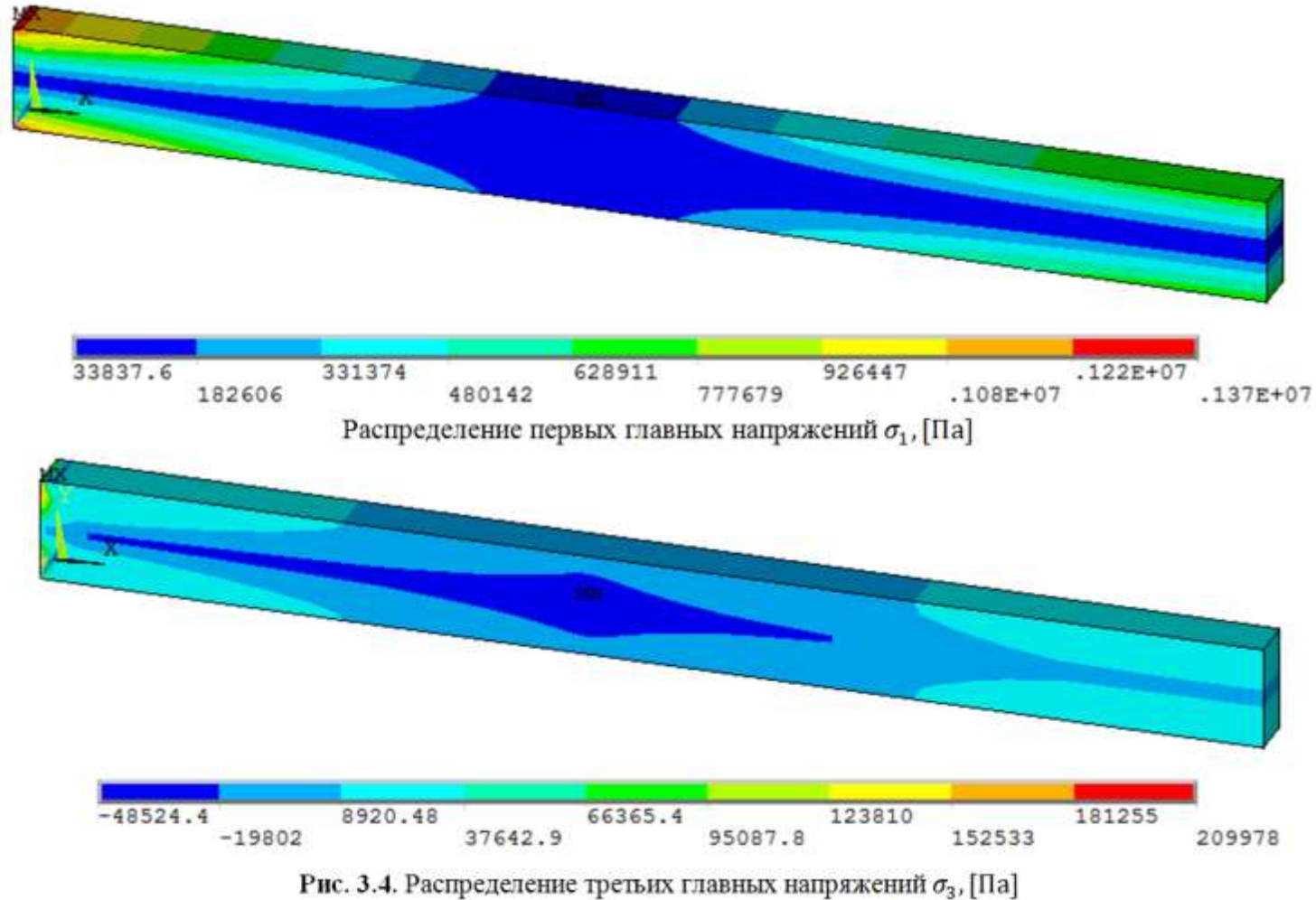


Рис. 3.4. Распределение третьих главных напряжений  $\sigma_3$ , [Па]

# Расчет балки на сейсмическое воздействие методом динамического анализа в ANSYS

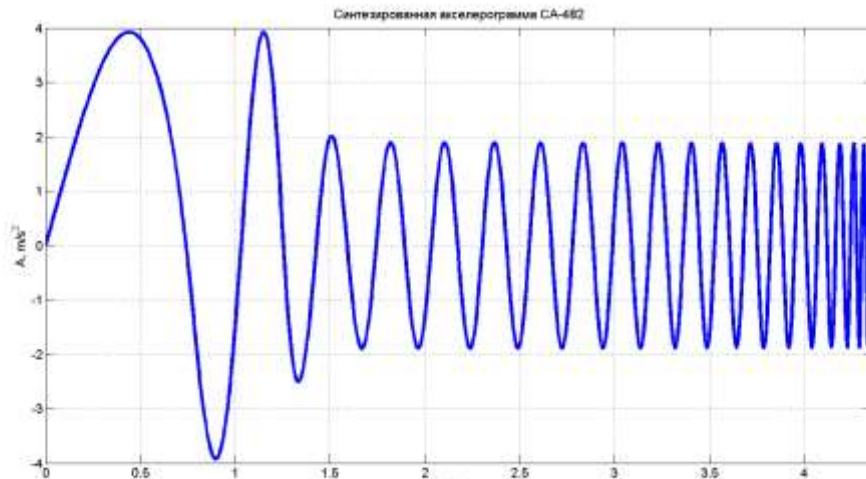
## ANSYS *Transient Structural Analysis*



Тип элемента	SOLID185
Количество узлов $N_{NODE}$	26064
Количество элементов $N_{ELEM}$	21600
Количество степеней свободы $N_{DOF}$	78192

Конечно-элементная модель балки, жестко заделанной на концах

Сейсмическая нагрузка – переменное по времени ускорение балки в направлении  $OZ$



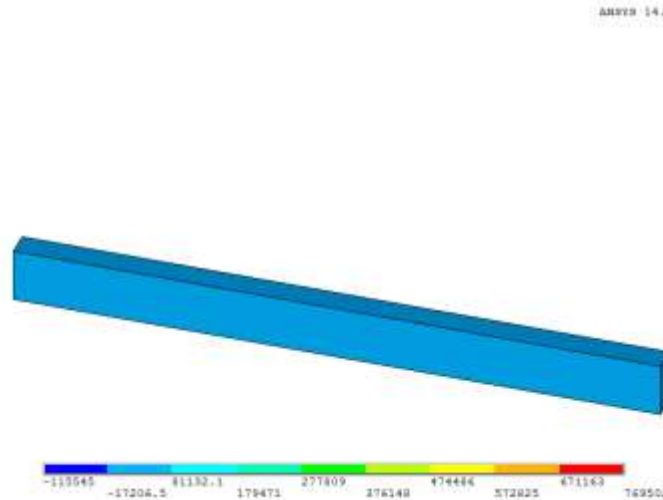
Синтезированная акселерограмма CA-482

Коэффициент относительного затухания  
 $\zeta = 0.005$

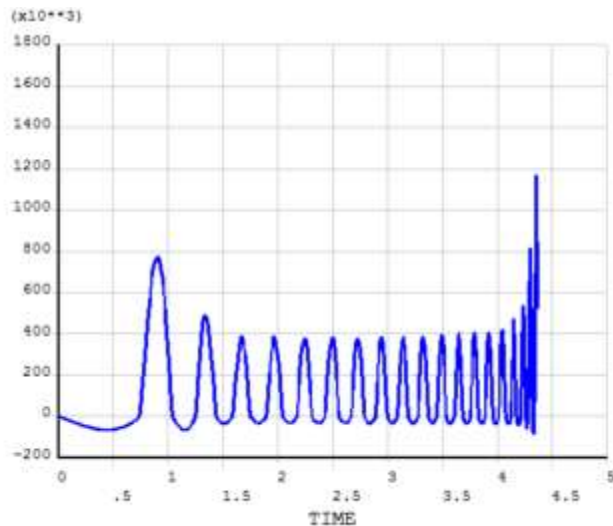
$$dt = 0.005 \text{ c};$$

$$t^{\text{кон}} = 4.36 \text{ c}$$

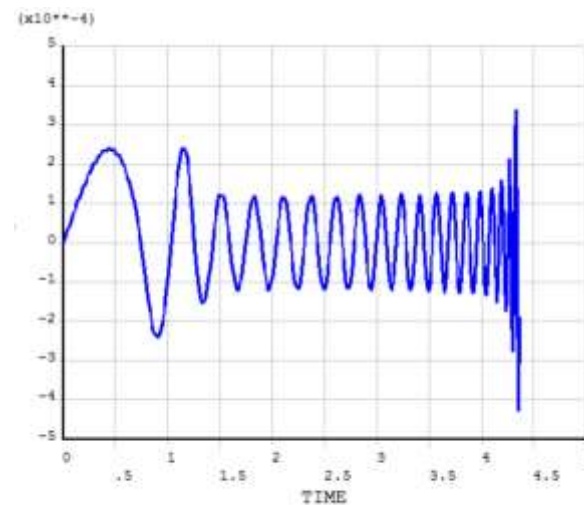
# Результаты расчета методом динамического анализа



Напряжения  $\sigma_1$ , [Па]

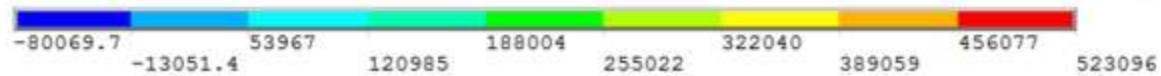
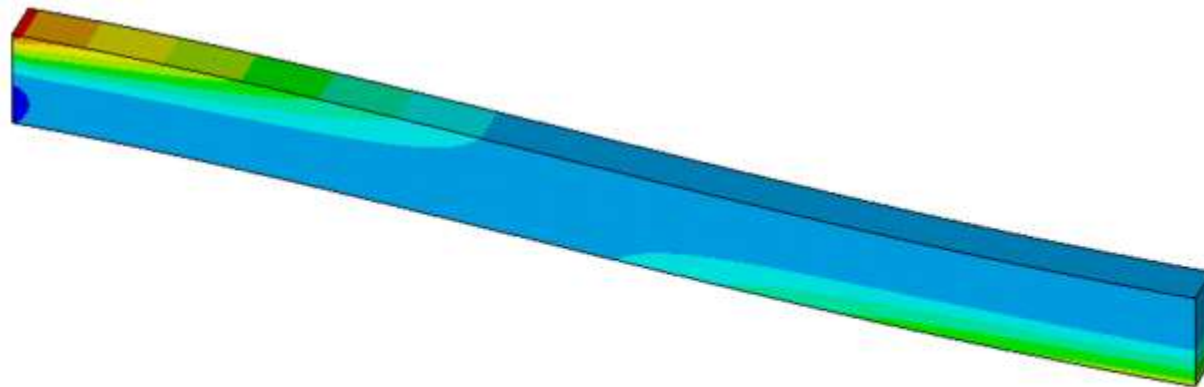


Зависимость от времени напряжений  $\sigma_1$  в точке  $\{x = 0; y = h = 0.3 \text{ м}; z = 0\}$ , [Па]

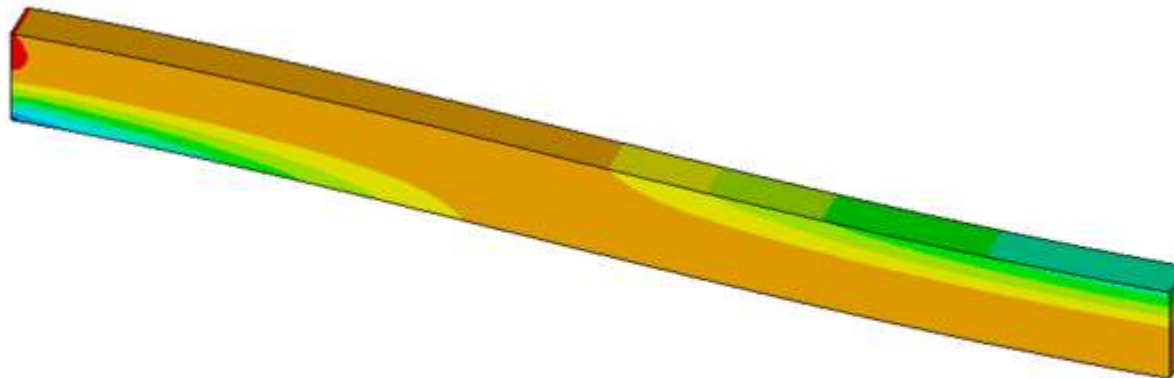


Зависимость от времени перемещений в среднем поперечном сечении балки  $(x = \frac{l}{2} = 3.6 \text{ м})$ , [м]

## Результаты расчета методом динамического анализа

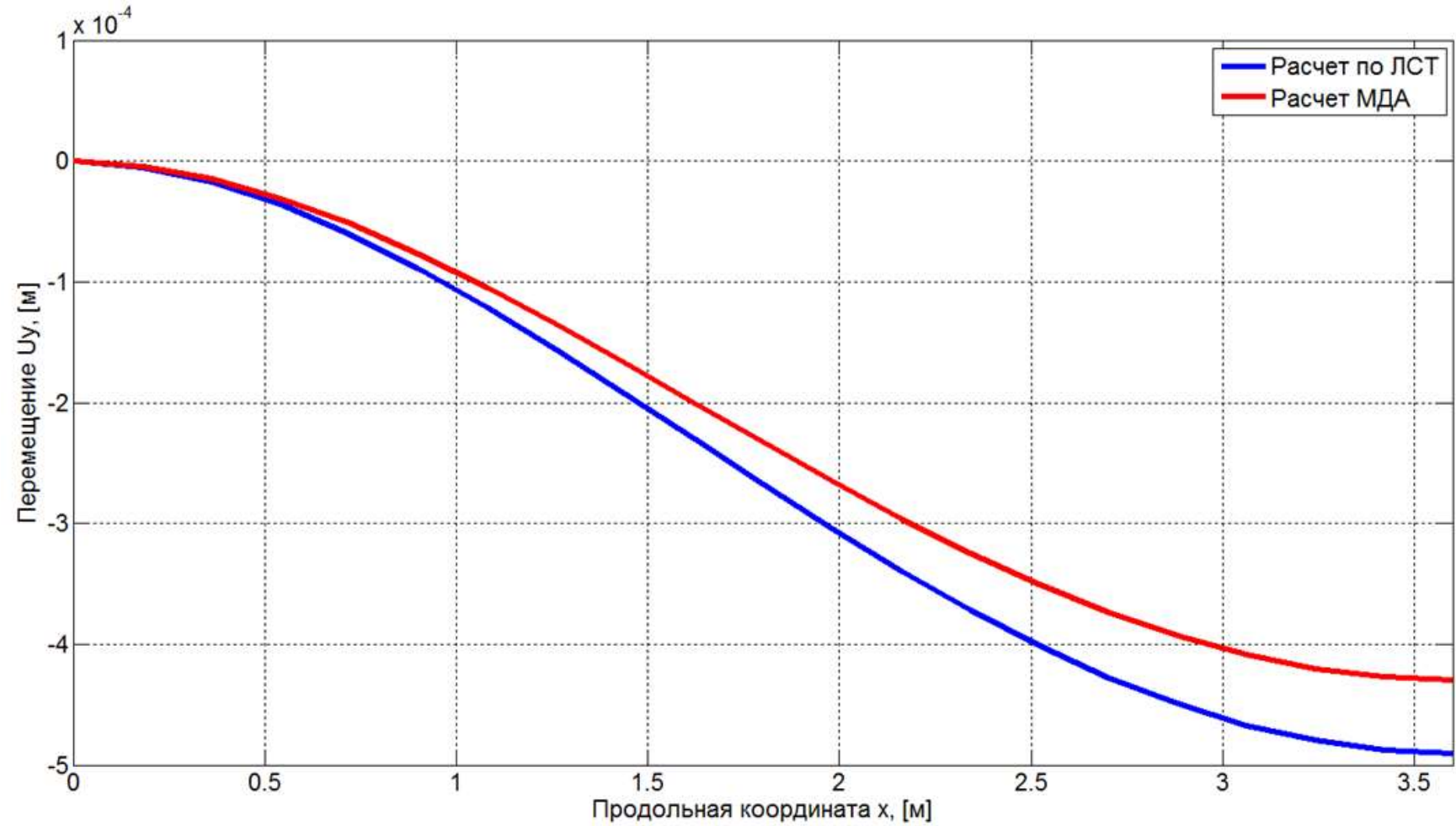


Распределение первых главных напряжений  $\sigma_1$ , [Па]



Распределение третьих главных напряжений  $\sigma_3$ , [Па]

## Сравнение с линейно-спектральной теорией



Распределение перемещений по длине балки в момент времени  $t = 4.35$  с, в сравнении с результатом расчета по линейно-спектральной теории

## Сравнительный анализ результатов расчета по линейно-спектральной теории и методом динамического анализа

	Линейно-спектральная теория	Метод динамического анализа	$\delta, \%$
$ y _{max}, \text{ м}$	$4.9e - 4$	$4.3e - 4$	6.12
$ \sigma_1 _{max}, \text{ МПа}$	1.37	1.18	13.87
$ \sigma_3 _{max}, \text{ МПа}$	0.52	0.46	11.54

### Сравнительный анализ результатов расчета по ЛСТ и МДА

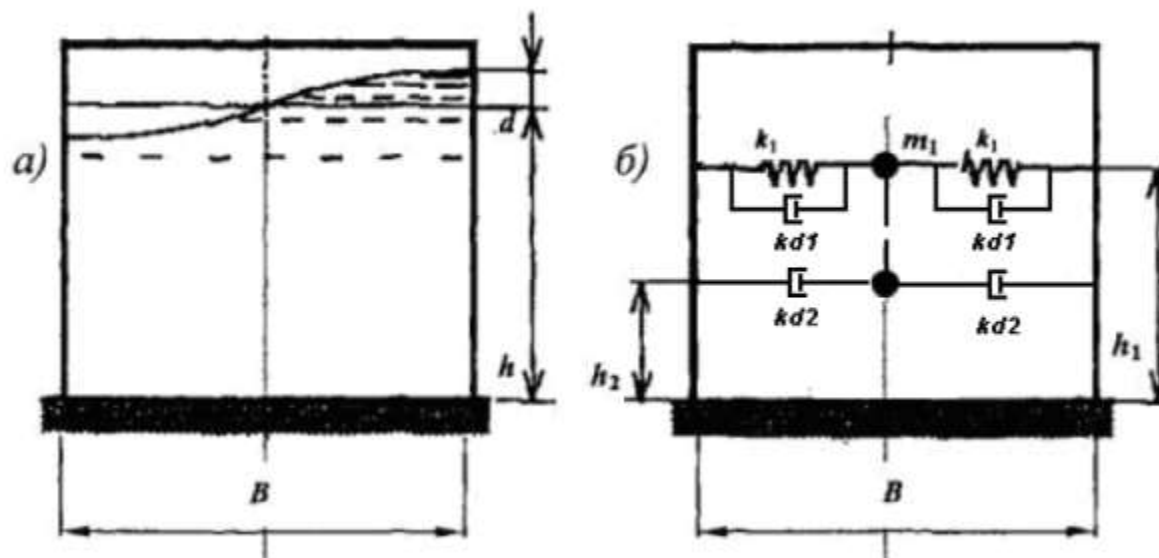
**Вывод:** для расчета на сейсмостойкость ответственных конструкций (в особенности, элементов АЭС), имеющих собственные частоты в области преобладающих частот землетрясения, необходимо применять как линейно-спектральный метод, так и метод динамического анализа.



## Расчет резервуаров с жидкостью на сейсмическое воздействие с использованием присоединенных масс жидкости

Разделение сейсмического давления жидкости на две части:

- Импульсивная часть
- Конвективная часть

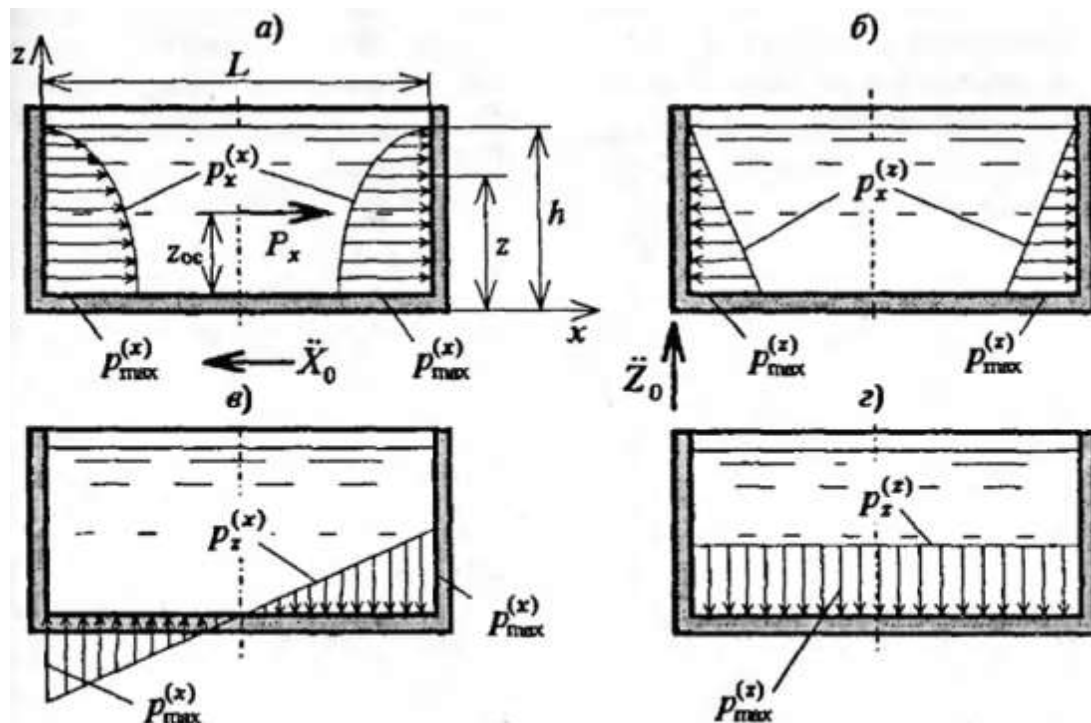


Динамическая модель резервуара с жидкостью:

а) колебания жидкости в резервуаре; б) динамическая модель

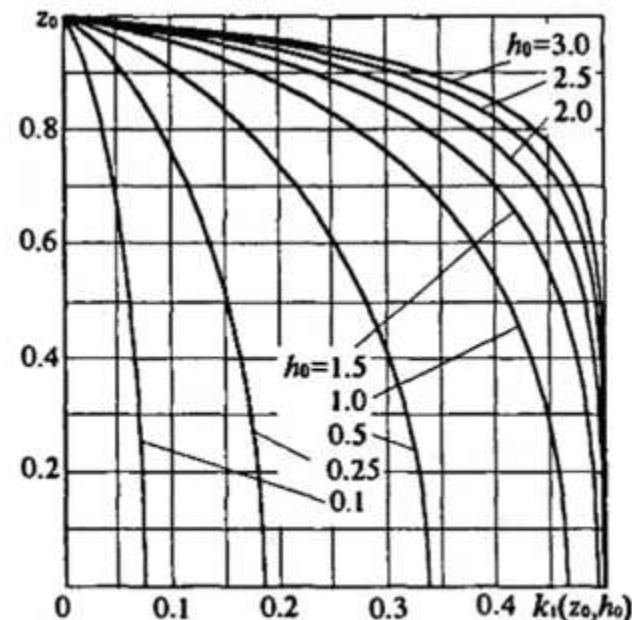
$h$  – уровень жидкости в резервуаре;  $d$  – высота волны;  $m_1$  – кинематическая (конвективная) масса;  $m_2$  – инерционная (импульсивная) масса;  $h_1, h_2$  – высоты привязки кинематической и инерционной масс;  $k_1$  – жесткость упругих связей;  $k_{d1}, k_{d2}$  – коэффициенты демпфирования;  $B = 2l$  или  $2R$  – горизонтальный размер резервуара (ширина или диаметр).

## Расчет резервуаров с жидкостью на сейсмическое воздействие с использованием эюр гидродинамических давлений



Распределение сейсмического гидродинамического давления в прямоугольном резервуаре:

а) на стенки от горизонтальной компоненты землетрясения; б) то же от вертикальной компоненты; в) на дно от горизонтальной компоненты; г) то же от вертикальной компоненты



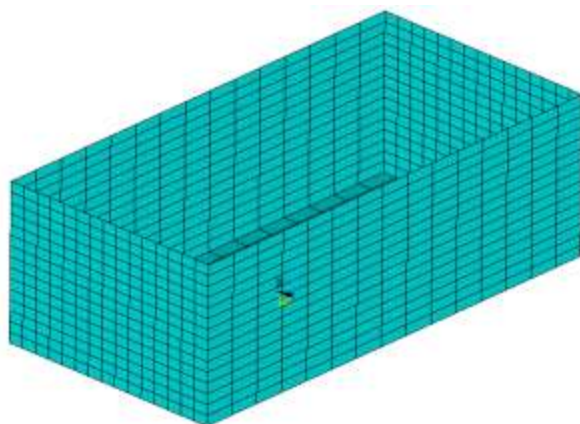
Форма эюр сейсмического гидродинамического давления  $k_1(z_0, h_0)$  в прямоугольном резервуаре при горизонтальном сейме

$$p_x^{(x)} = \rho g L A_{max}^{(x)} k_1(z_0, h_0)$$

$$z_0 = \frac{z}{h}, \quad h_0 = h/L$$

$$k_1(z_0, h_0) = \frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{ch(\pi n h_0 z_0)}{n^2 ch(\pi n h_0)}$$

## Расчет резервуаров на сейсмическое воздействие с учетом присоединенных масс жидкости в ANSYS



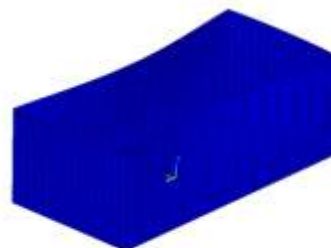
$E$ , Па	$2 \times 10^{11}$
$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	7800
Длина $l$ , м	6
Ширина $b$ , м	3
Высота $h$ , м	2
Толщина стенок $t$ , м	0.01

Коэффициент относительного затухания  $\zeta = 0.005$

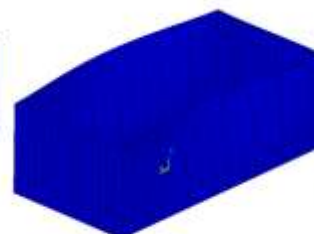
Модальный анализ:

Тип элемента	SHELL181
Количество узлов $N_{NODE}$	1156
Количество элементов $N_{ELEM}$	1125
Количество степеней свободы $N_{DOF}$	6936

$$f_1 = 2.87 \text{ Гц}; f_{40} = 43.81 \text{ Гц}; f_{УНП} \cong 33 \text{ Гц.}$$



$$f_1 = 2.87 \text{ Гц}$$

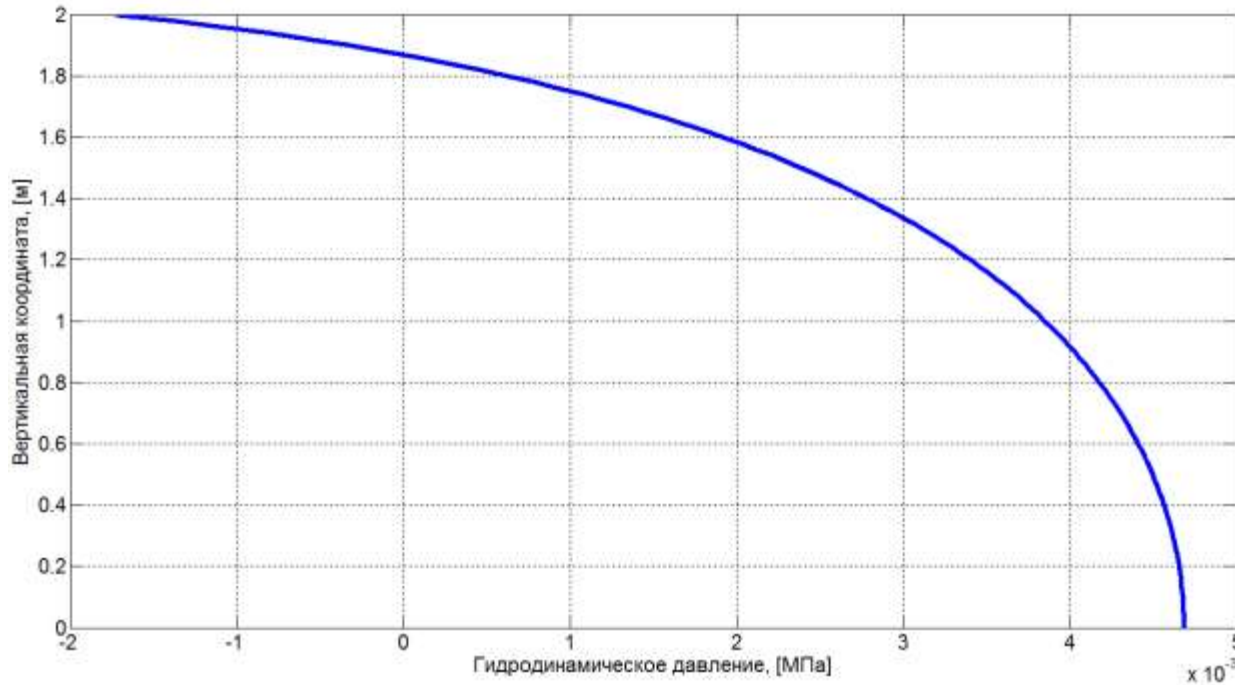


$$f_2 = 2.95 \text{ Гц}$$



$$f_3 = 4.60 \text{ Гц}$$

## Рассчитанная эпюра гидродинамических давлений



Эпюра гидродинамических давлений

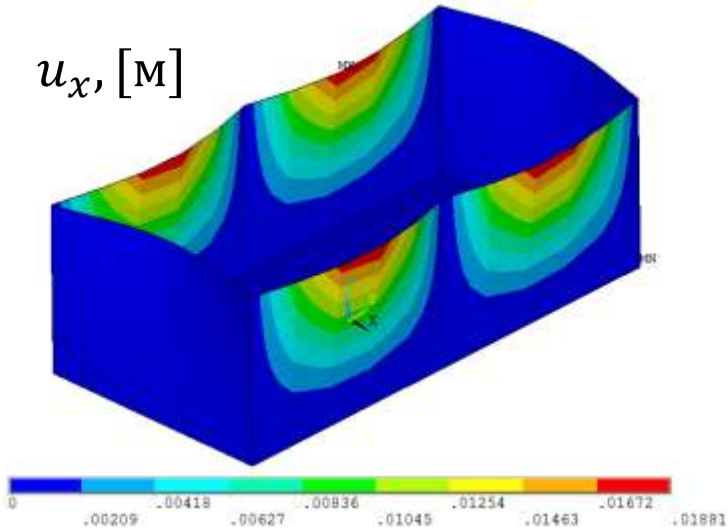
$$p_x^{(x)} = \rho g L A_{max}^{(x)} k_1(z_0, h_0)$$

$$z_0 = \frac{z}{h}, \quad h_0 = h/L$$

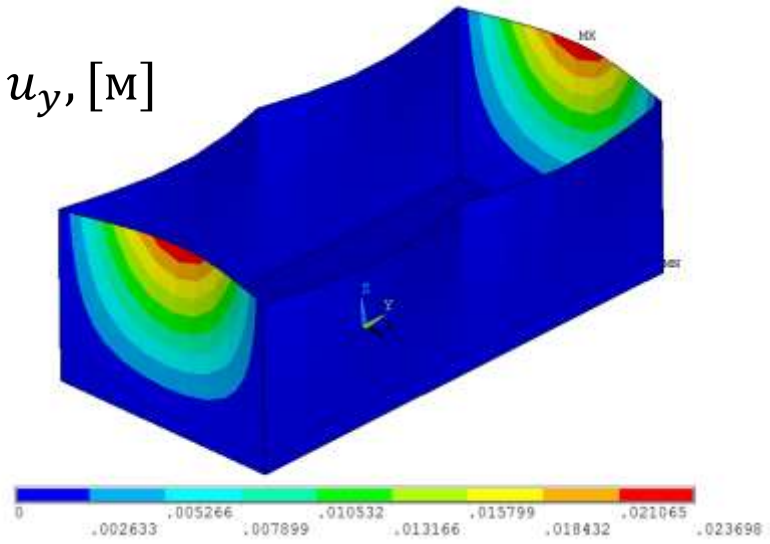
$$k_1(z_0, h_0) = \frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{ch(\pi n h_0 z_0)}{n^2 ch(\pi n h_0)}$$

## Результаты расчета по линейно-спектральной теории

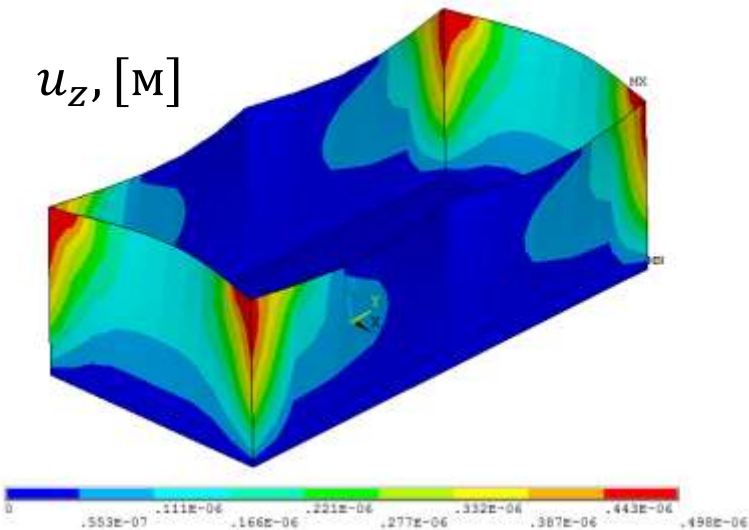
$u_x, [M]$



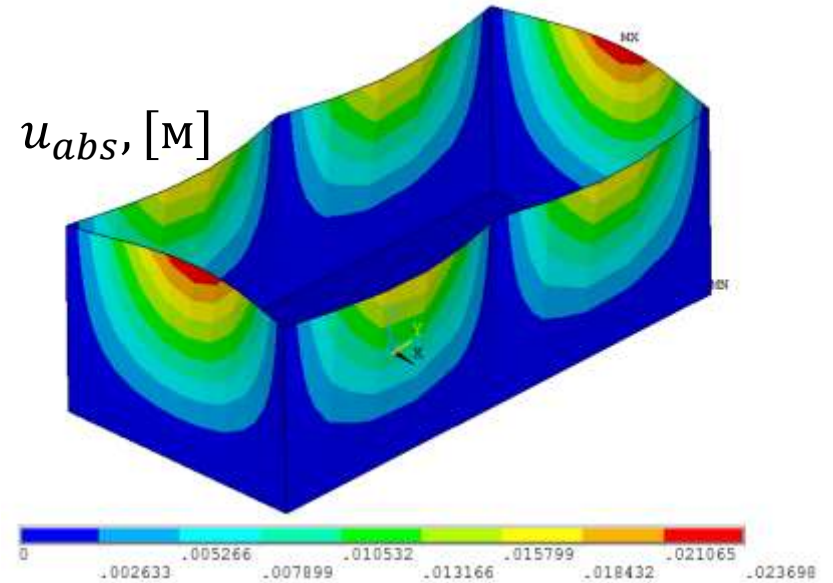
$u_y, [M]$



$u_z, [M]$

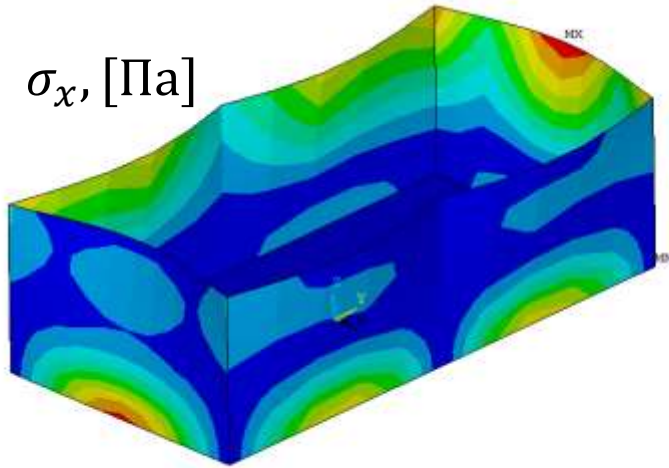


$u_{abs}, [M]$

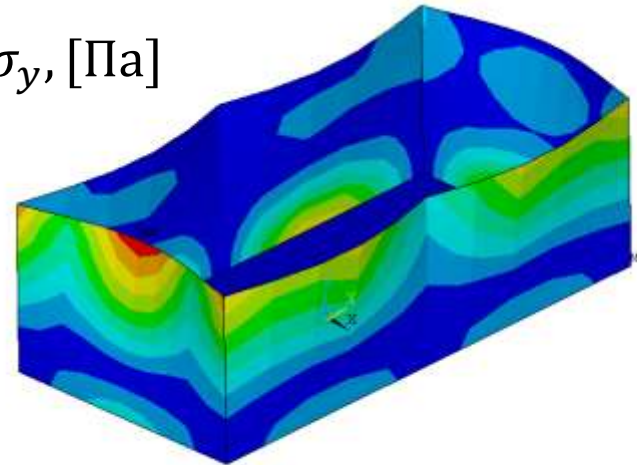


## Результаты расчета по линейно-спектральной теории

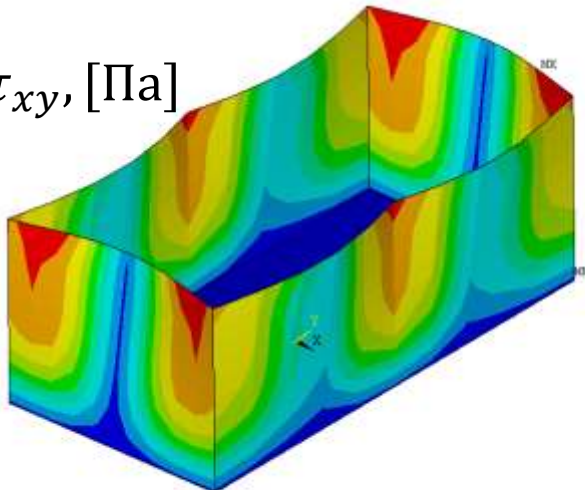
$\sigma_x$ , [Па]



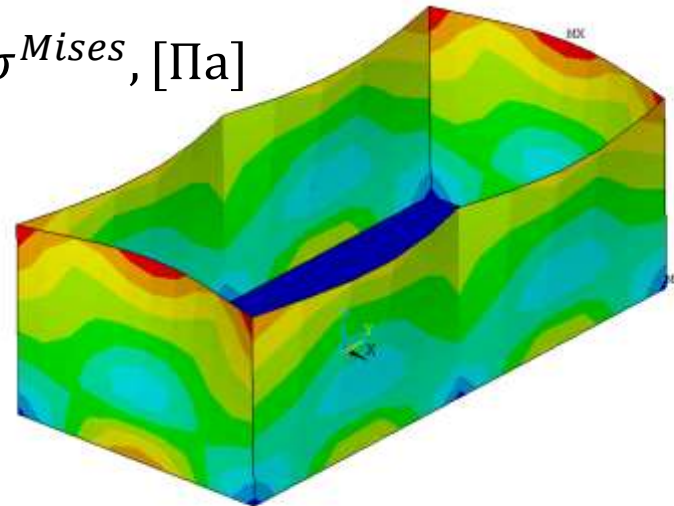
$\sigma_y$ , [Па]



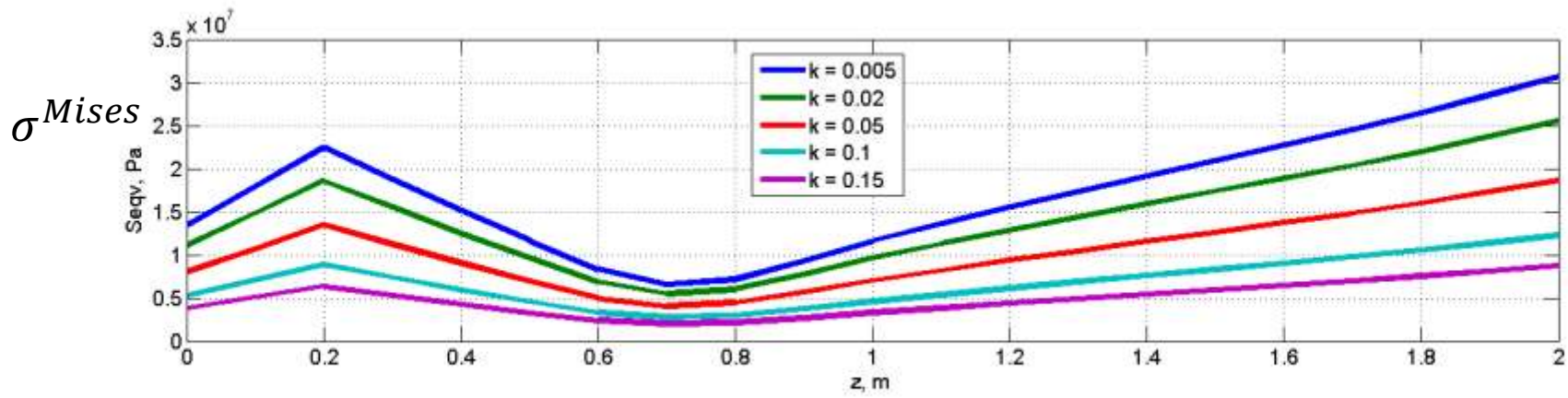
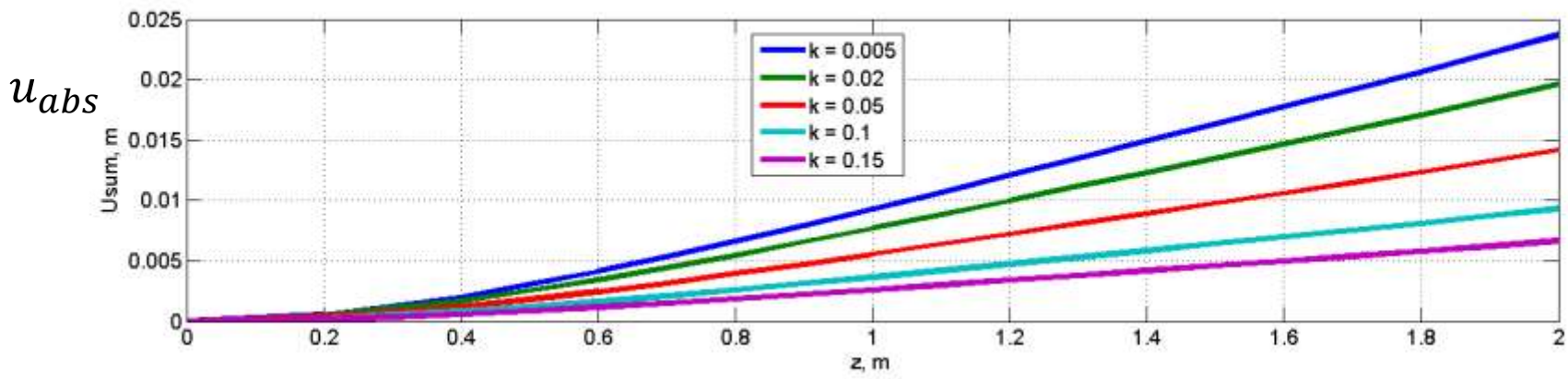
$\tau_{xy}$ , [Па]



$\sigma^{Mises}$ , [Па]

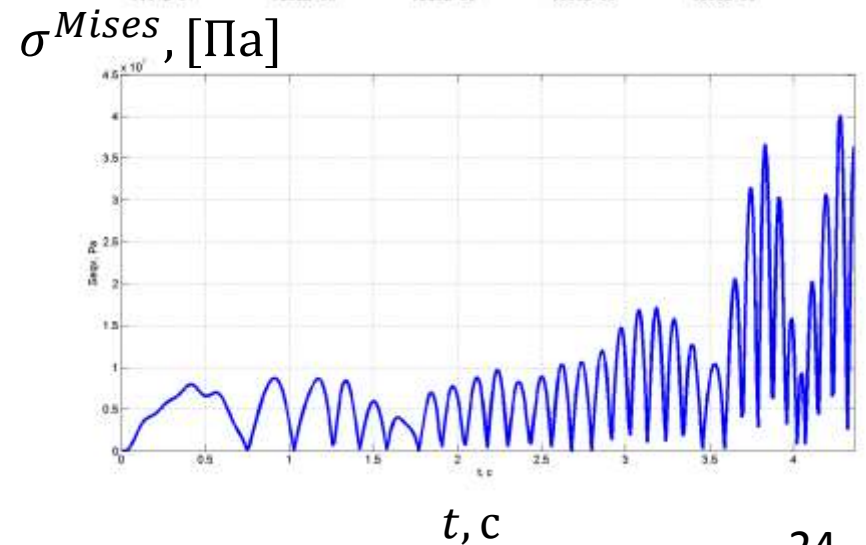
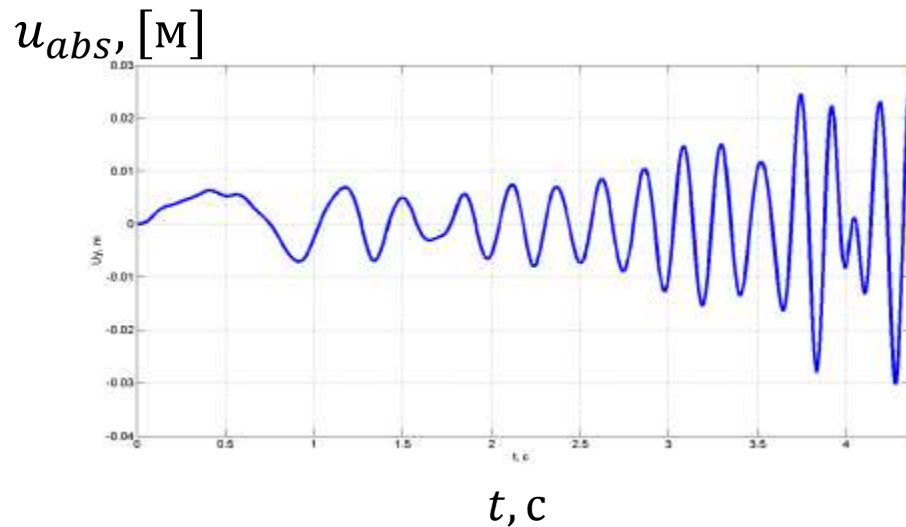
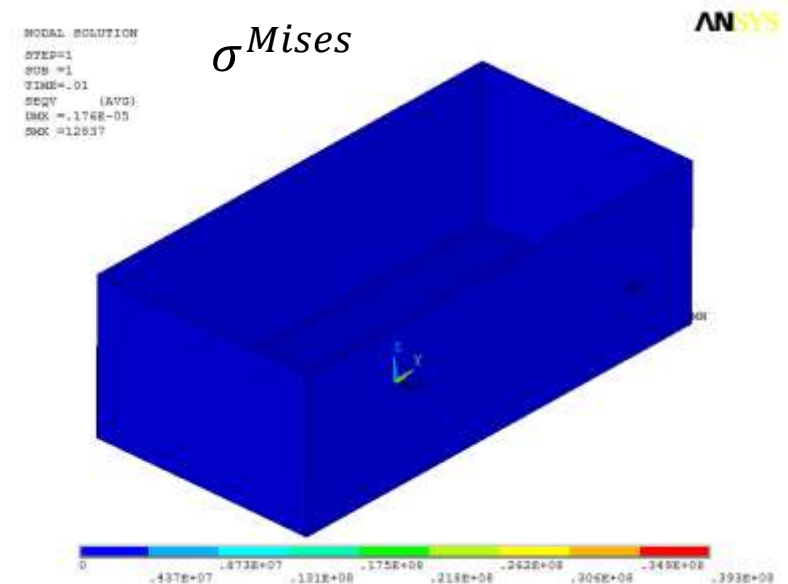
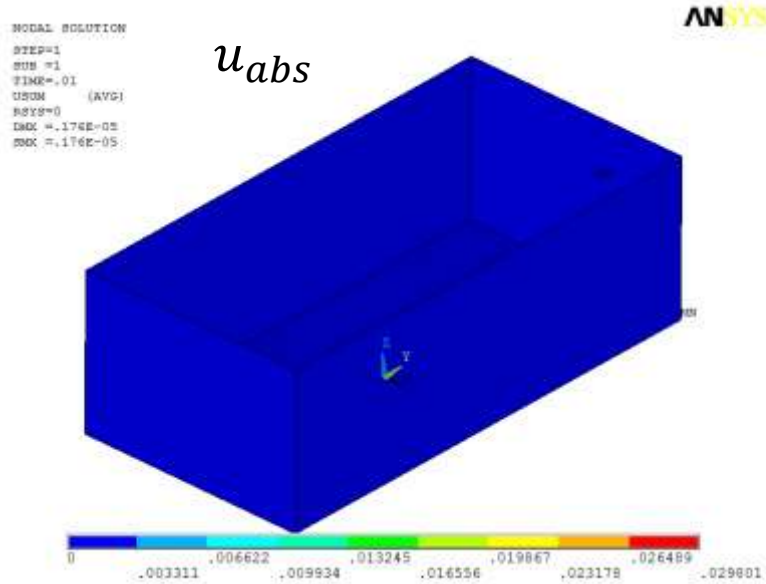


## Исследование влияния коэффициентов относительного затухания



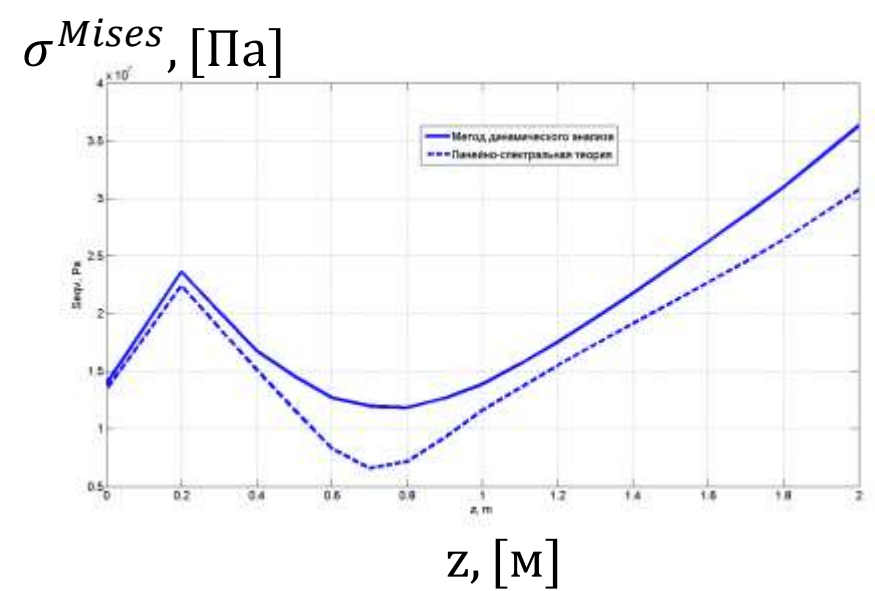
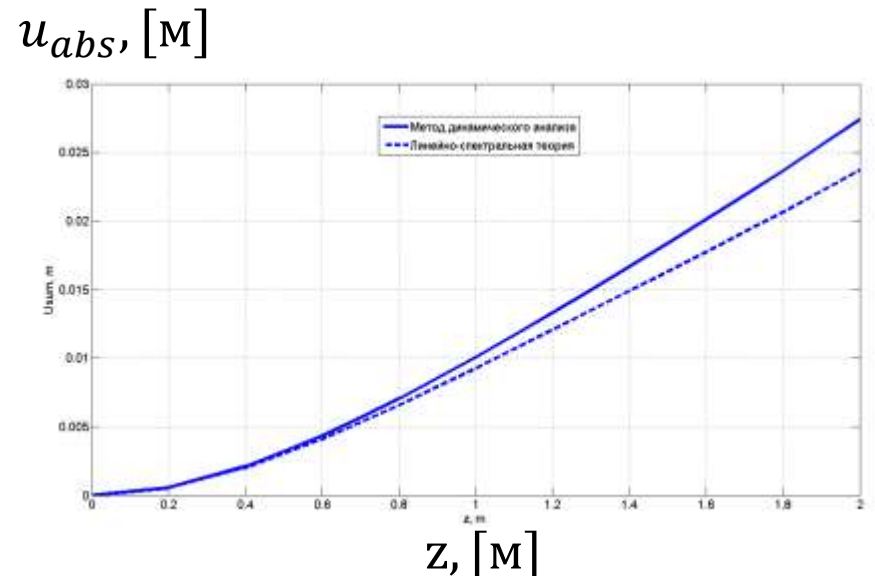
Абсолютные перемещения и эквивалентные напряжения для различных значений коэффициента затухания

## Результаты расчета методом динамического анализа





## Сравнение результатов расчета по линейно-спектральной теории и методом динамического анализа



Распределение перемещений  $u_{abs}$  вдоль прямой  $\{x = 0; y = l/2\}$   
 при  $t^{кон} = 4.36$  с в сравнении с результатом по ЛСТ

Распределение напряжений  $\sigma^{Mises}$  вдоль прямой  $\{x = 0; y = l/2\}$   
 при  $t^{кон} = 4.36$  с в сравнении с результатом по ЛСТ

**Вывод:** линейно-спектральная теория сейсмостойкости не даёт запаса при вычислении перемещений и напряжений в прямоугольных резервуарах, если резервуар обладает собственными частотами в области преобладающих частот землетрясения.



## Заключение

- Изучены общие принципы расчета на сейсмостойкость и способы задания исходной сейсмологической информации
- Рассмотрены способы учета влияния жидкости на колебания конструкций
- Сравнительный анализ методов расчета на сейсмостойкость для балки, а также резервуаров различной формы, показал, что наряду с расчетом по линейно-спектральной теории необходим динамический анализ конструкций (прежде всего, сооружений и элементов АЭС)
- Направление дальнейших исследований: решение динамической связанной задачи гидроупругости при расчете резервуаров с жидкостью на сейсмическое воздействие