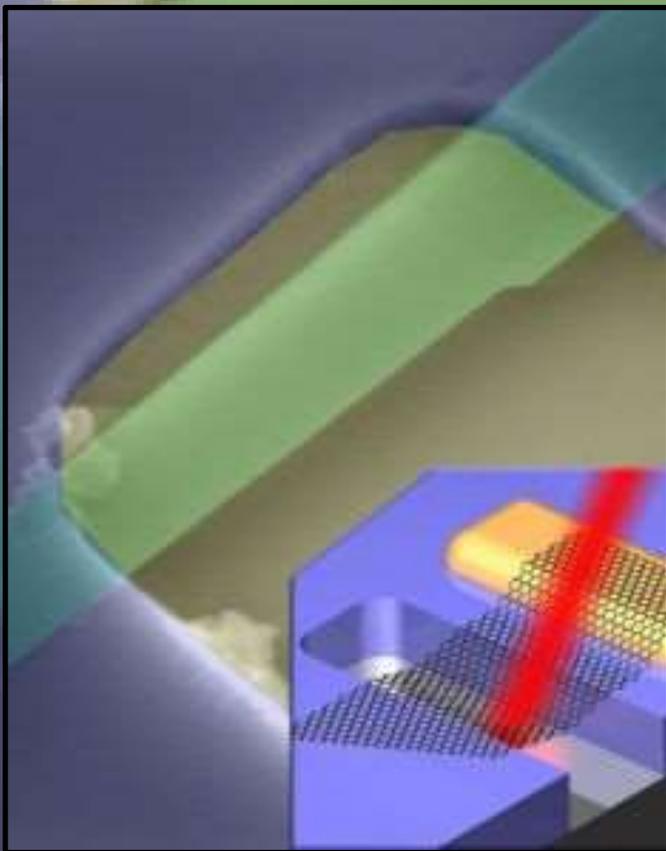


Выпускная работа бакалавра

**Тема: «Макромасштабная
электро механическая аналогия
графенового резонатора»**

Выполнил студент гр.43602/2 Томилов А.С.
Руководитель, к.ф.-м.н., доц. Штукин Л.В.

Графеновый резонатор

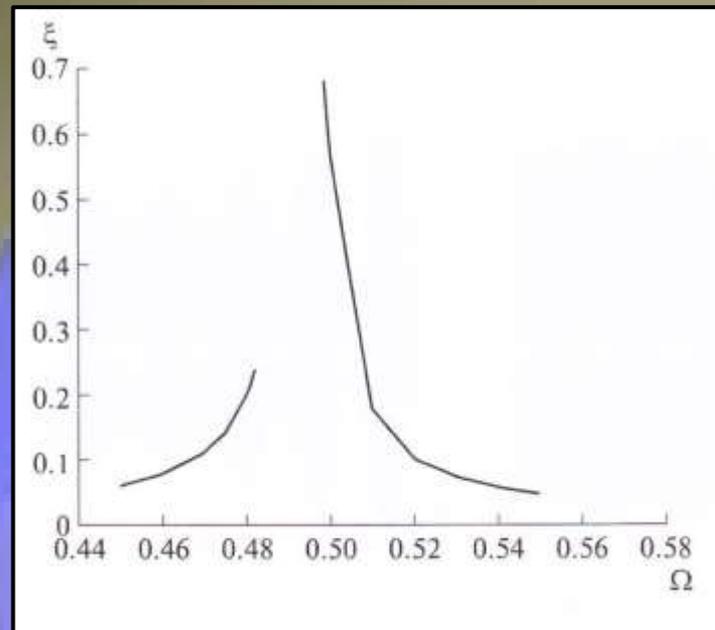


Графеновый резонатор можно использовать в качестве детектора массы, взвешивая с высокой точностью отдельные молекулы. В результате прилипания частицы к гибкой поверхности графена ее резонансная частота меняется. Этот эффект позволяет определить массу прилипшей частицы.

Серьезным недостатком при использовании резонатора на основе графена является его низкая добротность (порядка 100).

Графеновый резонатор

В статье «Срыв колебаний графенового резонатора как способ определения его спектральных характеристик», опубликованной в журнале «Доклады академии наук» [1], рассматривается принципиально новая возможность использования нанорезонатора, позволяющая повысить точность измерения собственной частоты при невысокой добротности колебательной системы.



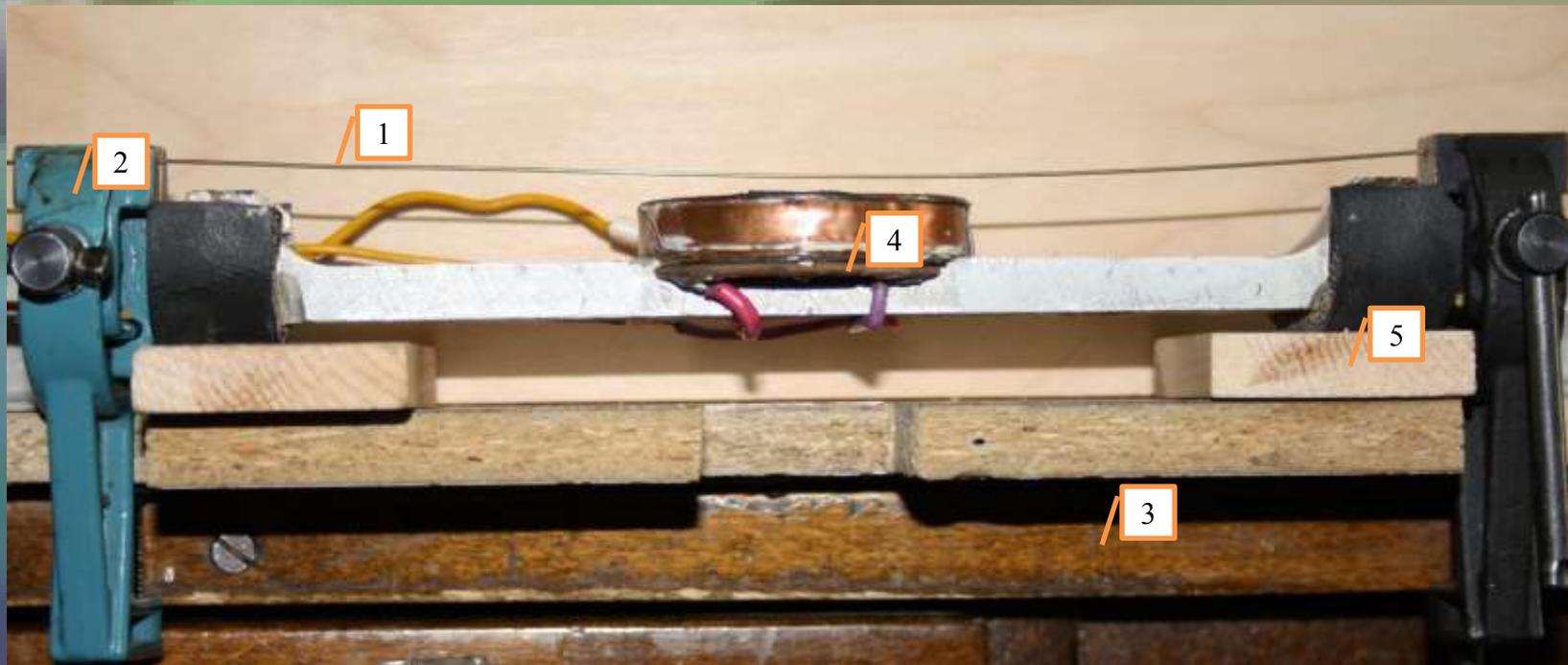
Амплитудно-частотная характеристика.

[1] - Академик Н.Ф. Морозов, И.Е. Беринский, член-корреспондент РАН Д.А. Индейцев, О.В. Привалова, Д.Ю. Скубов, Л.В. Штукин. «Срыв колебаний графенового резонатора как способ определения его спектральных характеристик». Журнал «Доклады академии наук», 2014, том 456, №5, с. 537-540

Цель работы

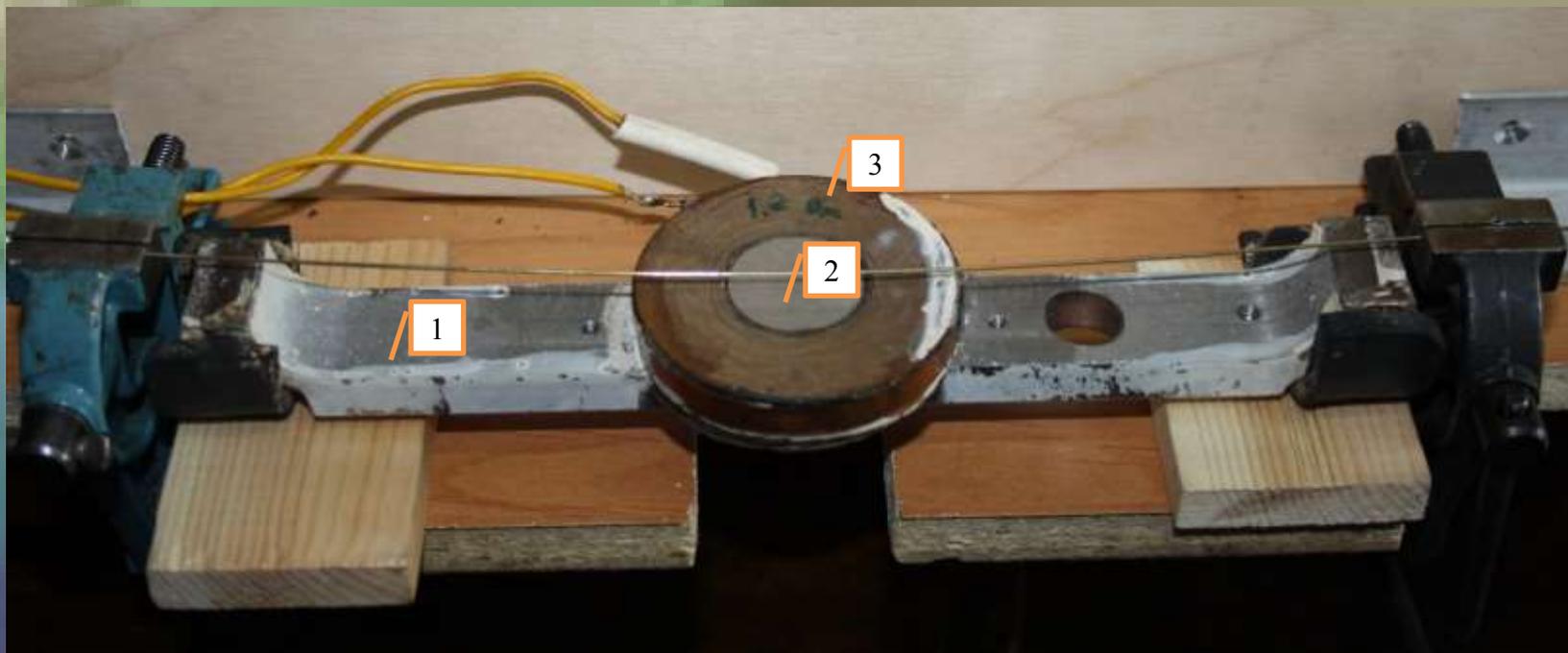
- Исследование возможности построения макромасштабной электромеханической модели графенового резонатора.
- Разработка экспериментальной установки.
- Построение математической модели.
- Проведение эксперимента с макромасштабной моделью резонатора.

Экспериментальная установка



Макромасштабная модель резонатора. 1 – стальная проволока, 2 – тиски, 3 – стол, 4 – электромагнитная система, 5 – дистанционные прокладки

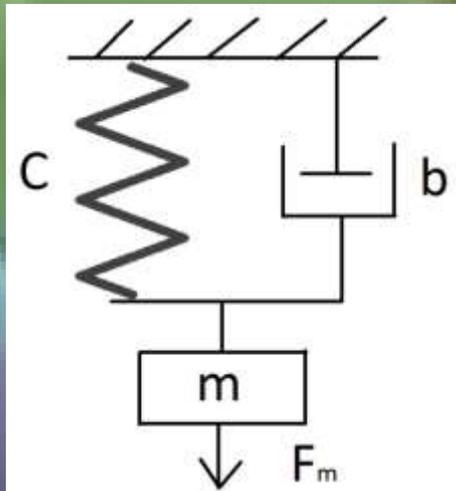
Экспериментальная установка



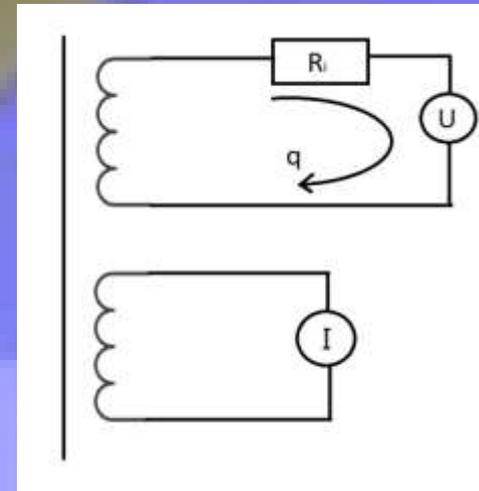
Электромагнитная система. 1 – Ш-образный магнитопровод,
2 – постоянный магнит, 3 – катушка

Математическая модель

Рассматриваются вынужденные колебания струны под действием электромагнита. Установка представляет собой совокупность механической колебательной системы (струна) и электромагнитной системы.



Механическая модель. c – жесткость струны, b – коэффициент демпфирования, m – масса колебательной системы, F_m – сила, создаваемая магнитным полем



Электрическая схема. U – ЭДС источника переменного напряжения, R_i – внутреннее сопротивление, q – заряд, I – заданный ток эквивалентного электромагнита

Математическая модель

В электромеханической системе оказываются взаимосвязанными механическое движение с электрическими и магнитными процессами. Для составления уравнений электромеханической системы применяется уравнение Лагранжа-Максвелла.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial(T + W)}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial(T + W)}{\partial q_k} + \frac{\partial(\Pi + E)}{\partial q_k} = Q_k \quad (k = 1, \dots, n)$$

Где q_1, \dots, q_n – обобщенные координаты, n – число степеней свободы. В данном случае, две обобщенные координаты: q – заряд, y – изменение зазора между струной и электромагнитом.

Зазор между струной и электромагнитом в недеформированном состоянии - d_0 . Текущий зазор равен $(d_0 - y)$

Математическая модель

Кинетическая энергия

$$T = \frac{1}{2} m \dot{y}^2$$

Потенциальная энергия

$$\Pi = \frac{1}{2} c y^2$$

Энергия магнитного поля

$$W = \frac{1}{2} L(y) (n\dot{q} + I)^2$$

Обобщенные силы

$$Q_y = -b\dot{y}$$
$$Q_q = -R\dot{q} + U(t)$$

Энергия электрического поля E равна нулю, так как в схеме нет конденсаторов. Тогда из уравнения Лагранжа-Максвелла получается система уравнений

$$\begin{cases} m\ddot{y} + b\dot{y} + cy - \frac{1}{2} \frac{\partial L(y)}{\partial y} (n\dot{q} + I)^2 = 0 \\ L(y)n^2\ddot{q} + \frac{\partial L(y)}{\partial y} n\dot{y}(n\dot{q} + I) + R\dot{q} - U(t) = 0 \end{cases}$$

Статика

Рассматривается равновесие струны под действием постоянного магнитного поля.

$$cy_0 - \frac{1}{2} \frac{\partial L(y_0)}{\partial y_0} I^2 = 0$$

В безразмерном виде:

$$\xi - C^* \frac{1}{(1 - \xi)^2} = 0$$

$$\text{Где } \xi = \frac{y_0}{d_0 + a}, \quad C^* = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 SI^2}{c(d_0 + a)^3}$$

Физический смысл C^* - это отношение энергии постоянного магнита к потенциальной энергии упругой деформации.

Численное решение при некоторых значениях C^* :

$$\text{При } C^* = 0.01: \quad \xi_1 = 0.0102, \xi_2 = 0.8943, \xi_3 = 1.0955$$

$$\text{При } C^* = 0.02 : \quad \xi_1 = 0.0209, \xi_2 = 0.8463, \xi_3 = 1.1329$$

$$\text{При } C^* = 0.05: \quad \xi_1 = 0.0561, \xi_2 = 0.7401, \xi_3 = 1.2004$$

Положений равновесия два - устойчивое с меньшей деформацией (ξ_1) и неустойчивое с большей деформацией (ξ_2). ξ_3 не является положением равновесия.

Динамика

Колебания струны описываются уравнением:

$$m\ddot{y} + b\dot{y} + cy - \frac{1}{2} \frac{\partial L(y)}{\partial y} (n\dot{q} + I)^2 = 0$$

С учетом того, что $\dot{q} = i = I_0 \cos(\omega t)$, в безразмерном виде:

$$\xi'' + 2v\xi' + \xi - C^* \frac{(1 + h\cos(\Omega\tau))^2}{(1 - \xi)^2} = 0$$

Где $\tau = \lambda t$ – безразмерное время, $v = \frac{b}{2m\lambda'}$, $\Omega = \frac{\omega}{\lambda}$ – безразмерная частота,
 $h = \frac{nI_0}{I}$ – величина показывающая, какую долю амплитуда переменного поля
составляет от амплитуды поля постоянного магнита, $C^* = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 SI^2}{m\lambda^2 (d_0 + a)^3}$

Свободные колебания

В случае свободных колебаний струны под действием постоянного магнитного поля ($\Omega = 0$) уравнение движения выглядит так:

$$\xi'' + 2\nu\xi' + \xi - C^* \frac{1}{(1-\xi)^2} = 0$$

Численное решение дифференциального уравнения в пакете MATLAB при начальных условиях $\xi(0) = 0.3$, $\xi'(0) = 0$. $\nu = 0.01$

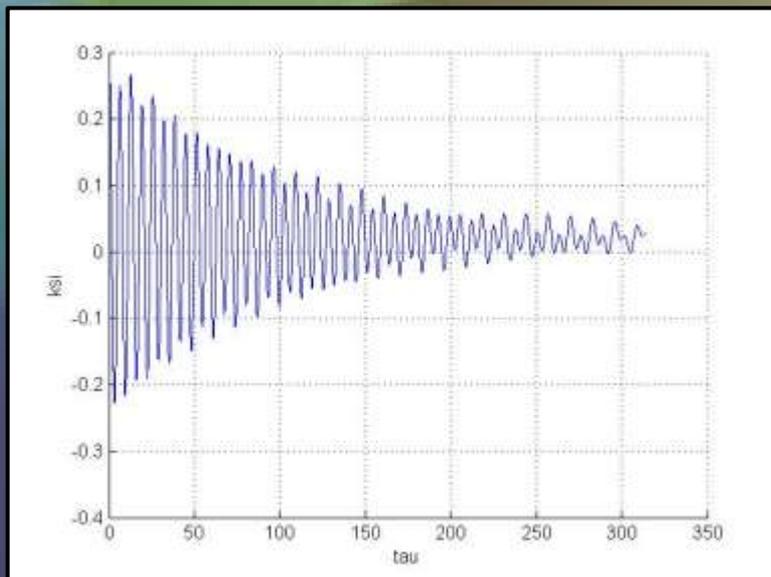


График зависимости ξ от τ . $C^*=0.02$

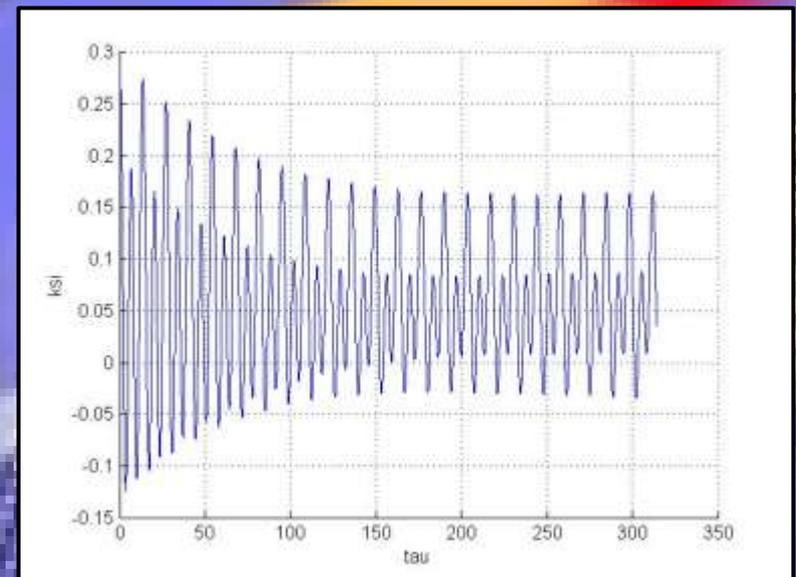


График зависимости ξ от τ . $C^*=0.05$

Резонансные режимы

В случае вынужденных колебаний струны под действием переменного магнитного поля закон движения описывается уравнением:

$$\xi'' + 2\nu\xi' + \xi - C^* \frac{(1+h\cos(\Omega\tau))^2}{(1-\xi)^2} = 0$$

Резонансные режимы возможны вблизи $\Omega = 0.5; 1$. Дифференциальное уравнение решается численно в пакете MATLAB при начальных условиях $\xi(0) = 0.3, \xi'(0) = 0$. $\nu = 0.01, h = 0.2, C^* = 0.05$.

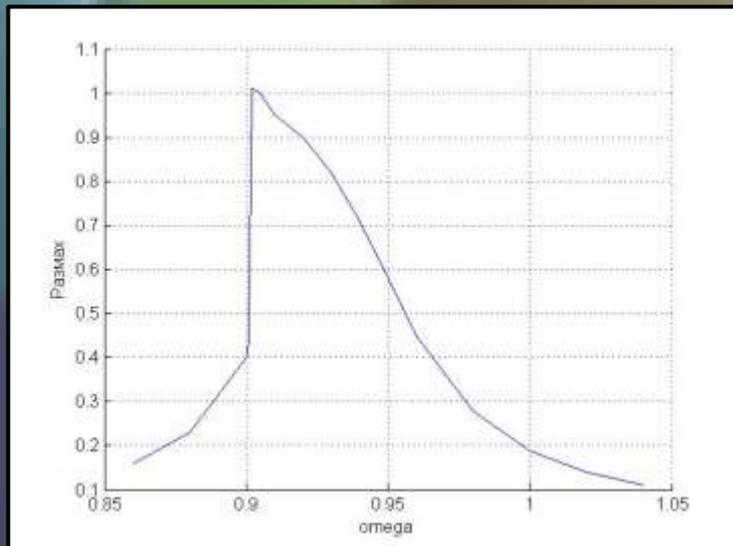


График зависимости размаха установившихся колебаний от Ω

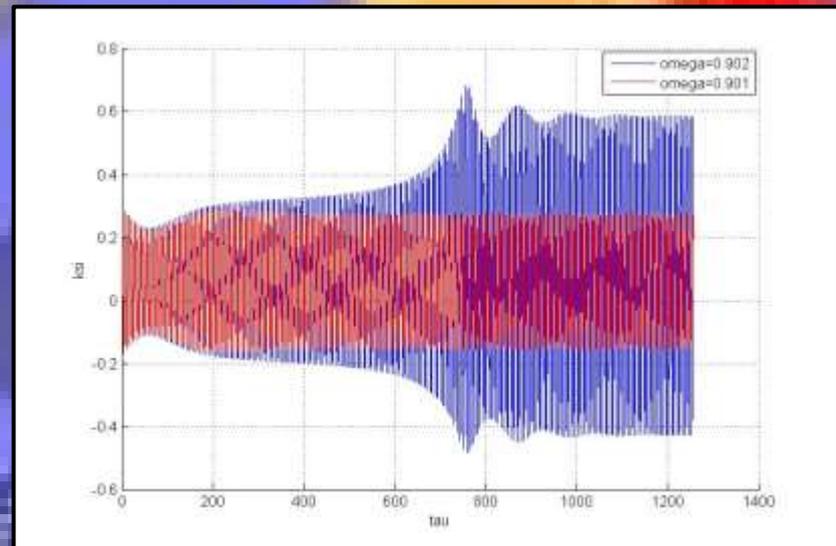
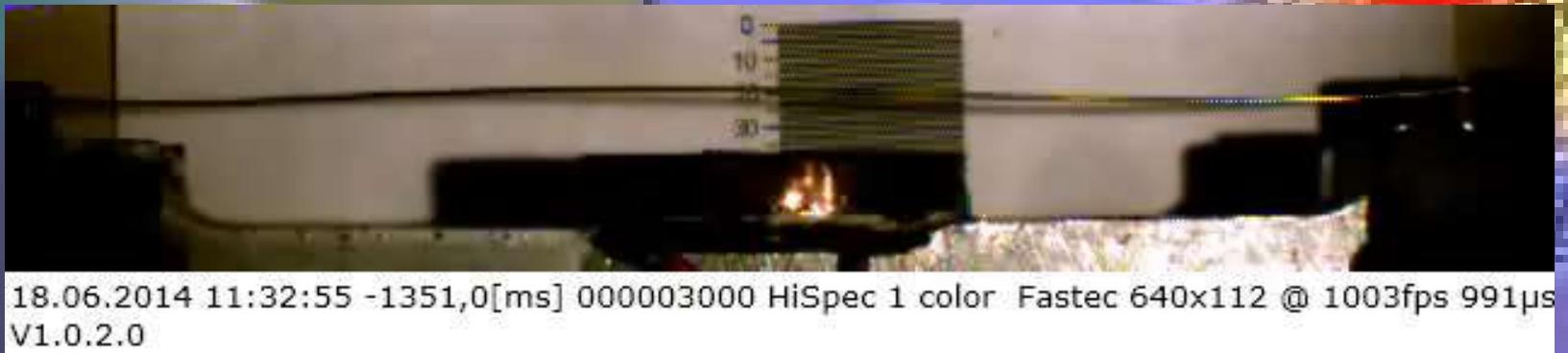


График зависимости ξ от τ

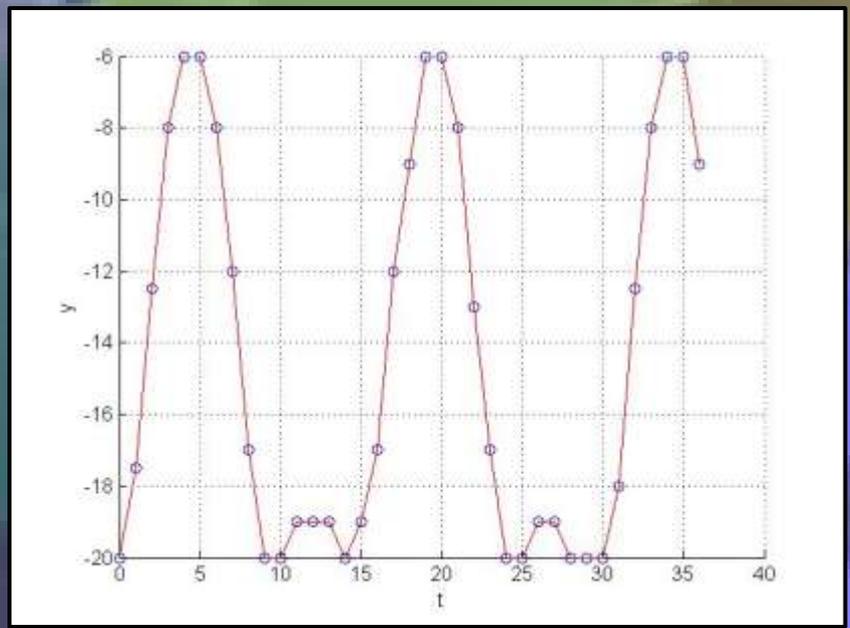
Эксперимент

Предварительный эксперимент проводился с визуальным наблюдением за колебанием струны. Установлено, что при плавном уменьшении частоты генератора от 70 Гц до 59 Гц увеличивалась амплитуда колебаний. При значении частоты 59.5 Гц произошел срыв колебаний, то есть резкое уменьшение амплитуды колебаний. После, при обратном увеличении частоты до значения 64.5 Гц, амплитуда колебаний не менялась. При частоте 64.5 Гц произошло резкое увеличение амплитуды (обратный срыв).

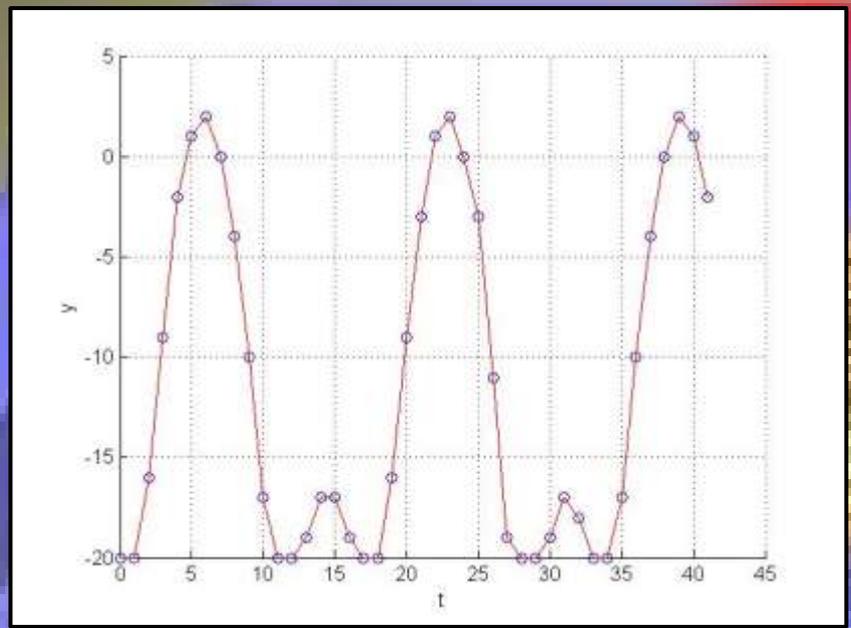


Эксперимент

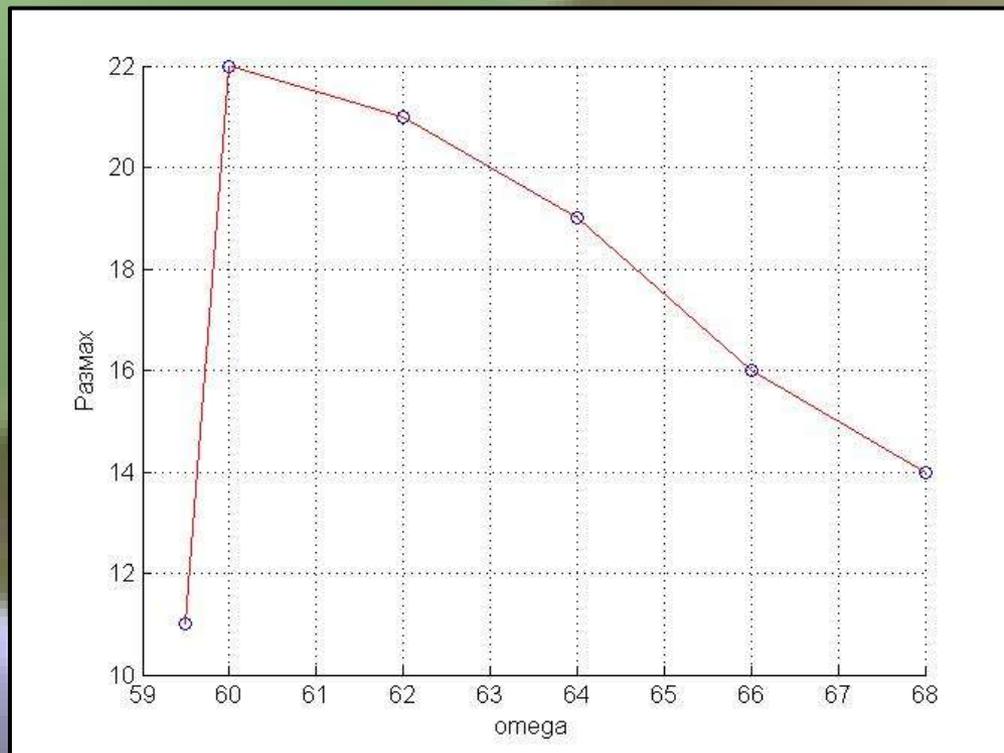
Зависимость прогиба y от t . $\omega = 68$ Гц



Зависимость прогиба y от t . $\omega = 60$ Гц



Эксперимент



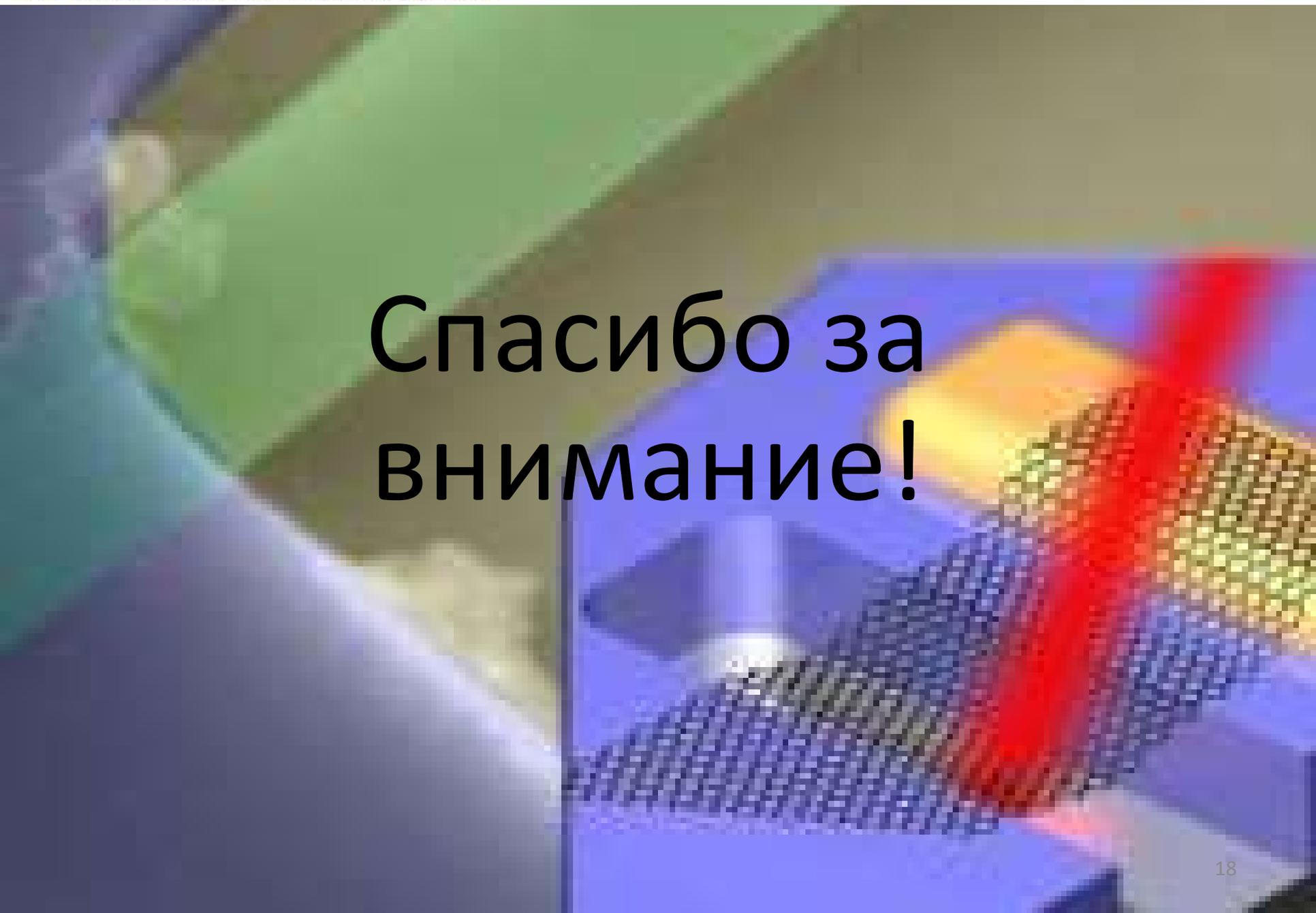
Резонансная кривая. Зависимость размаха от частоты

Резонансная кривая, полученная в результате проведенного эксперимента, качественно совпадает с результатами численного решения.

Выводы

В результате проделанной работы:

- Разработана и собрана экспериментальная установка – электромеханическая модель резонатора.
- Построена математическая модель, описывающая поведение электромеханической установки. Проведено численное решение уравнений движения.
- Проведен эксперимент с возбуждением колебаний струны вблизи резонансного режима.
- Обнаружен эффект срыва колебаний как в численном решении, так и в эксперименте.
- Проведенное расчетное и экспериментальное исследования показали, что есть принципиальная возможность использования макромасштабной электромеханической модели для моделирования работы графенового резонатора.



Спасибо за
внимание!

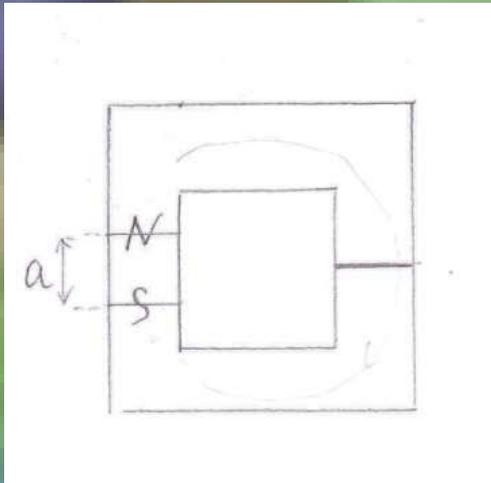


Схема с постоянным магнитом.

Энергия постоянного магнита

$$W_{\text{пост}} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} Sa$$

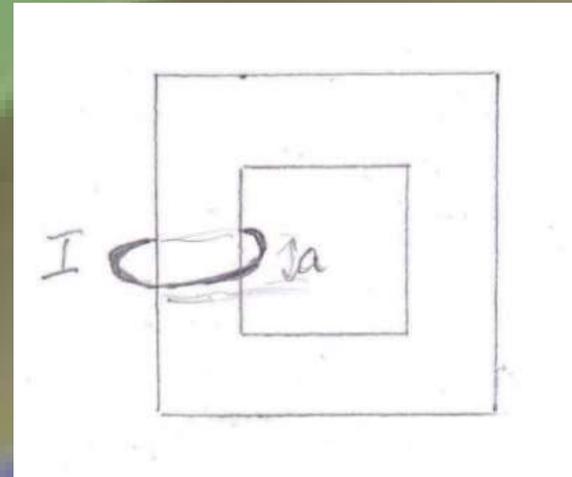


Схема с витком с током.

Энергия этой системы

$$W = \frac{1}{2} LI^2$$

$$L \approx \frac{\mu_0 \mu S}{a}$$

Приравняв правые части формул, получается выражение для тока

$$I = \frac{Ba}{\mu_0}$$

Рассмотрим энергию электрического поля в конденсаторе

$$E = \frac{1}{2} CU^2$$

Где $C = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{S}{d}$ – емкость конденсатора, U – напряжение, ε – диэлектрическая проницаемость среды, ε_0 – электрическая постоянная, S – площадь обкладок конденсатора, d – расстояние между обкладками.

Если S, d в см, то $C \approx \frac{S}{d}$ (пФ).

Возьмем $S = 1 \text{ м}^2, d = 1 \text{ мм}, U = 100 \text{ В}$, тогда $C = 10^5 \text{ пФ} = 10^{-7} \text{ Ф}$.

$$E = \frac{1}{2} 10^{-3} \text{ Дж.}$$

Сила $F_e = \frac{\partial E}{\partial x}, C = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{S}{x}$, следовательно

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \right) = \frac{1}{2} \frac{q^2}{\varepsilon_0 \varepsilon S} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C d} = \frac{E}{d}$$

$$\text{Тогда } F_e = \frac{\partial E}{\partial x} = 0.5 \text{ Н}$$

Рассмотрим энергию магнитного поля

$$W = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} V = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} S a$$

Где B – магнитная индукция, $\mu_0 = 4\pi * 10^{-7}$, Гн/м – магнитная постоянная, V – объем, $V = aS$; a – длина, S – площадь.

$$\text{Сила } Q = \frac{\partial W}{\partial x} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} S$$

Возьмем $B = 1 \text{ Тл}, S = 1 \text{ м}^2$, тогда $Q = 4 * 10^5 \text{ Н}$

Сравнивая силу F_e электрического поля и Q магнитного, видно, что необходимо использовать магнитное поле, так как при малой силе взаимодействия не получится создать аналог резонатора.