

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Институт прикладной математики и механики

Кафедра механики и процессы управления

Работа допущена к защите

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_ Д.А. Индейцев

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 г.

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА**

**ДИЗАЙН И ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ ПОДВЕСКИ ГОНОЧНОГО  
АВТОМОБИЛЯ КЛАССА "ФОРМУЛА СТУДЕНТ"**

по направлению 15.03.03 Прикладная механика

Выполнил

студент гр.43602/1

А.С.Григорьев

Руководитель

ассистент

А.С.Смирнов

Санкт-Петербург

2018

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	5
Глава 1. Параметры шины.....	8
1.1 Тест шин.....	8
1.2 Система координат шины SAE.....	8
1.3 Характеристики выбранных шин.....	9
Глава 2 Дизайн концепта подвески болида.....	11
2.1. Регламент и ограничивающие факторы.....	11
2.2. Геометрия подвески.....	12
2.3. Пружины и демпферы.....	22
Глава 3 Оптимизация	
3.1 Динамические тесты.....	31
3.2 Adams Car.....	32
Заключение.....	37

## **РЕФЕРАТ**

На 43 с., 29 рисунков, 1 приложение

**ГОНОЧНАЯ ПОДВЕСКА, МОДЕЛЬ ПОДВЕСКИ В ADAMS CAR, МОДЕЛЬ ШИН, УГЛЫ РАЗВАЛА, ФОРМУЛА СТУДЕНТ**

Оптимальное проектирование подвески гоночного автомобиля и создание её модели в программном обеспечении MSC Software Adams Car. Определение наилучшего компромисса между характеристиками подвески на основании данных шинного теста, базовых знания основных свойств параметров подвески и их взаимного влияния друг на друга.

## **THE ABSTRACT**

43 pages, 29 pictures, 1 application

**RACING SUSPENSION, SUSPENSION MODEL IN ADAMS CAR, TIRES MODEL, CAMBER ANGLES, FORMULA STUDENT**

Optimal design of the racing car suspension and the creation of its model in the software MSC Software Adams Car. Determination of the best compromise between suspension characteristics based on data, and also their mutual influence on each other.

## ВВЕДЕНИЕ

Формула Студент – это студенческие инженерные соревнования, изначально организованные Сообществом Автомобильных Инженеров (Society of Automotive Engineers, SAE) и входящие в Серию Студенческих Инженерных соревнований (Collegiate Design Series) SAE.

По замыслу соревнований команда студентов университета является инженерной компанией, которая должна разработать, построить, испытать прототип автомобиля формульного класса для рынка непрофессиональных гоночных автомобилей. Испытанием для команд является сама постройка болида, который сможет успешно пройти все дисциплины на соревнованиях. При этом команда должна предоставить всю конструкторскую документацию на проект и доказать, что применяемые технические решения являются оптимальными. Так же они должны помнить, что в итоге они должны “продать” свой автомобиль, поэтому необходимо учитывать и экономическую целесообразность применяемых решений, а в дополнение разработать и бизнес-план на мелкосерийное производство своих автомобилей.

Главная техническая цель в гонках, это создание конфигурации автомобиля, допустимой правилами, которая может преодолевать данную трассу за минимальное время (или с максимальной средней скоростью) управляемую напрямую пилотом, в соответствии с его возможностями.

Для гоночного инженера и пилота необходимо понимать пределы, до которых резина будет скользить или цепляться и связанные с ними силы, которые появляются в пятне контакта. К счастью для этого необязательно понимать механизмы сцепления и скольжения. Производительность автомобиля в любой момент времени будет ограничена силами в пятне контакта.

Роль гоночной подвески заключается в том, чтобы максимизировать сцепление от шин, удерживая их в контакте с дорогой при оптимальных углах и силах (Milliken & Milliken 1995). Подвеска допускает вертикальное перемещение шин для поглощения неравномерности в дороге, минимизируя возбуждение транспортного средства до четырех основных динамических режимов крен(вращение вокруг продольной оси), тангаж (вращение вокруг поперечной оси), подъем/опускание (равномерного вертикального движения колес) и перекашивание (неравномерное вертикальное движение колес) (Kowalysk 2000).

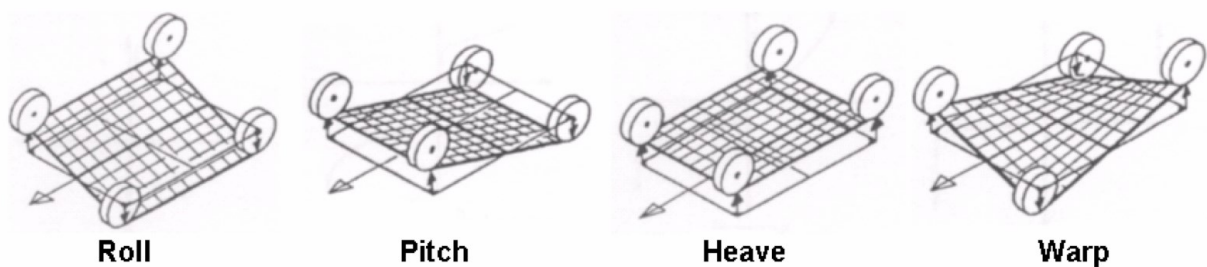


Рис. 1 Основные динамические режимы транспортного средства (Zapletal 2000)

Начиная с восьмидесятых, гоночные автомобили повсеместно использовали неравночленные непараллельные двойные поперечные рычаги для соединения колес с кузовом транспортного средства (Staniforth 1999). Данная компоновка позволяет добиться необходимой кривой развала (изменение развала по отношению к перемещению подвески) для всех условий, к сожалению, такое удобство достигается не для всех параметров. Дизайн подвески - это постоянная корректировка противоречивых параметров в поиске наилучшего компромисса. Поскольку нет окончательно точного решения, дизайн геометрии подвески, иногда считается больше искусством, чем наукой.

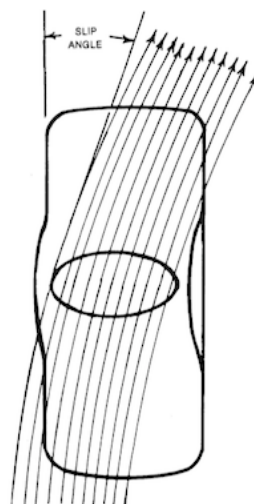


Рис. 2 Увод шины в повороте

Основная задача гоночного автомобиля преодоление трассы в кратчайшие сроки, поддерживая максимальную среднюю скорость (Milliken & Milliken 1995), достигается за счет максимального ускорения, торможения и скорости прохождения поворота. Рулевое управление в транспортном средстве заставляет передние колеса вращаться и изменять направление движения пятна контакта относительно оси колеса, тем самым создавая угол скольжения, который является основным способом создания бокового усилия для поворота транспортного средства. Важно, чтобы водитель чувствовал приближение предельного угла скольжения, после которого шина теряет сцепление с дорогой.

## Глава 1. Параметры шины

### 1.1 Тест шин

Выбор шин для серии SAE ограничен, так как большинство покрышек рассчитаны для более тяжелых и гораздо более выносливых машин. Лишь немногие производители изготавливают покрышки, подходящие для данной серии. Уже появился достаточно большой ряд компаний, которые производят покрышки для соревнований Formula SAE. Особняком стоят две компании: Continental и Hoosier. Команда NCM Polytech использует Hoosier 18.0 x 6.0 10 R25B. Эта шина имеет минимальный момент инерции и меньший вес из доступных в линейке вариантов, что сокращает время разгона и торможения.

### 1.2 Система координат шины SAE

Обратимся к специфичным силам и моментам, которые используются для измерения и представления данных с тестовых установок. На машину действуют следующие внешние силы: сила тяжести, аэродинамические силы и силы шин.

Шинная система координат предназначена для описания динамики

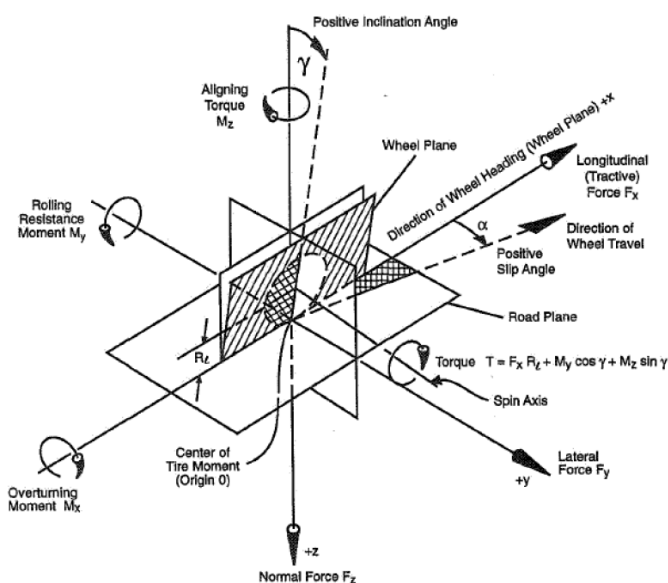


Figure 2.33 SAE tire axis system (Ref. 1).

автомобиля и работы шин и показана на рис 3.

Рис. 3 Система координат шины SAE

Эта система координат из SAE J670, рисунок показывает колесо, имеющее положительный угол наклона  $\gamma$ , положительный угол увода  $\alpha$ .  $R_l$  - радиус нагруженного колеса, расстояние от центра колеса до центра пятна контакта, измеренного в плоскости колеса.

### 1.3 Характеристики выбранных шин

Испытание FSAE TTC было проведено в мае 2015 года в исследовательском центре Calspan. В результате испытаний на свободное качение(поворот), ускорение, торможение были получены данные по используемой в болиде шине.

На стенде снимают одновременно два десятка параметров, как входных: вертикальная нагрузка, slip angle, угол наклона колеса, скорость вращения - так и выходных: боковое усилие, температура поверхности резины, радиус колеса под нагрузкой и т.д. То, что получается на выходе и есть tire-data.



Channel	Units	Description
AMBTMP	degC or degF	Ambient room temperature
ET	sec	Elapsed time for the test
FX	N or lb	Longitudinal Force
FY	N or lb	Lateral Force
FZ	N or lb	Normal Load
IA	deg	Inclination Angle
MX	N-m or lb-ft	Overturning Moment
MZ	N-m or lb-ft	Aligning Torque
N	rpm	Wheel rotational speed
NFX	unitless	Normalized longitudinal force (FX/FZ)
NFY	unitless	Normalized lateral force (FY/FZ)
P	kPa or psi	Tire pressure
RE	cm or in	Effective Radius
RL	cm or in	Loaded Radius
RST	degC or degF	Road surface temperature
SA	deg	Slip Angle
SL	unitless	Slip Ratio based on RE (such that SL=0 gives FX=0)
SR	unitless	Slip Ratio based on RL (used for Calspan machine control, SR=0 does not give FX=0)
TSTC	degC or degF	Tire Surface Temperature--Center
TSTI	degC or degF	Tire Surface Temperature--Inboard
TSTO	degC or degF	Tire Surface Temperature--Outboard
V	kph or mph	Road Speed

Сбор данных происходит при 100 Гц. Каналы данных:

Рис. 4 Таблица входных и выходных данных теста шины

Используя программное обеспечение MatLab и Adams Car Tire Kit из данных опыта были получены коэффициенты для физической модели шины PAC2002 (см. приложение).

Правильная установка колеса при повороте, разгоне и торможении - задача подвески и рулевого управления. Прежде чем начать прорабатывать их геометрию и кинематику, необходимо узнать оптимальные углы установки колеса для выбранных шин.

## Глава 2. Дизайн концепта подвески болида

Среди независимых подвесок, используемых в Формуле Студент, наиболее подходящей является подвеска на двойных поперечных рычагах. Преимуществом данного типа подвески является возможность путем изменения длин рычагов и их расположения влиять на изменение развала, схождения и колеи. При этом подвеску на двойных поперечных рычагах можно выполнить с широким диапазоном регулировок без использования сложного технологического оборудования. В силу перечисленных особенностей предлагается использовать данную схему, как для передней, так и для задней подвески.

### 2.1. Регламент и ограничивающие факторы

Большая часть правил Формулы SAE касается безопасности водителей. Но есть несколько правил, которые необходимо учитывать при проектировании шасси.

Правило 3.1.2: «Автомобиль должен иметь колесную базу не менее 1525 мм. Колесная база измеряется от центра контакта земли передних и задних шин. Автомобиль должен иметь четыре колеса, которые не находятся на прямой линии.

Правило 3.1.3: Меньшая колея транспортного средства (спереди или сзади) должна составлять не менее 75% более крупной колеи.

Правило 3.2.1: Дорожный просвет должен быть достаточным для предотвращения любой части автомобиля (кроме шин) от касания земли во время динамических тестов.

Правило 3.2.2: Колеса автомобиля должны быть 203,2 мм (8,0 дюймов) или более в диаметре

Правило 3.2.3: Автомобиль должен быть оснащен полностью действующей системой подвески с амортизаторами спереди и сзади, с возможностью перемещения колес не менее 50,8 мм (2 дюйма), 25,4 мм (1 дюйм) сжатие и 25,4 мм (1 дюйм) разжатие, с гонщиком внутри болида.

## 2.2. Геометрия подвески

### 2.2.1 Колесная база

Предполагается что будем использовать самую короткую колёсную базу 1525 мм из-за повышенных требований к маневренности болида. Соревнования FSAE проходят на очень узких трассах с резкими поворотами. Одним из основных минусов данного решения является сложность компоновки двигателя, рамы, кокпита, навесного оборудования, не нарушая правил регламента.

### 2.2.2 Распределение веса / центр тяжести

Оценки всех значимых весов компонентов и их местоположения на предыдущей машине команды дают вес 260 кг для автомобиля, включая 68-килограммовый водителя, центр тяжести высотой 300 мм от земли (250 мм от дна шасси с клиренсом 50 мм). Распределение веса 48:52 спереди назад.

Рассмотрим распределение веса при торможении. Когда автомобиль замедляется, нормальные силы, испытываемые каждым колесом, находятся

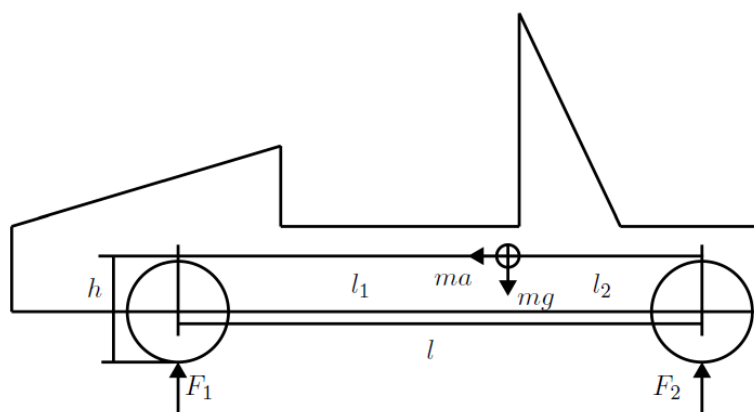


Рис 5. Распределения веса во время торможения

путем суммирования моментов сил в точке контакта каждого колеса с землёй.

$$\sum M_1 = 0 = -l_1 \cdot (mg) + h \cdot (ma) + l \cdot F_2$$

$$\sum M_2 = 0 = l_2 \cdot (mg) + h \cdot (ma) - l \cdot F_1$$

Здесь мы принимаем другие эффекты, такие как вращательная инерция, пренебрежимо малы по сравнению с величиной тормозящей силы

$$F_1 = \frac{l_2 \cdot (mg) + (ma) \cdot h}{l} = \left( \frac{l_2 \cdot g + a \cdot h}{l} \right) m = \left( \frac{l_2 + G \cdot h}{l} \right) mg$$

$$F_2 = \frac{l_1 \cdot (mg) - (ma) \cdot h}{l} = \left( \frac{l_1 \cdot g - a \cdot h}{l} \right) m = \left( \frac{l_1 - G \cdot h}{l} \right) mg$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2 + G \cdot h}{l_1 - G \cdot h}$$

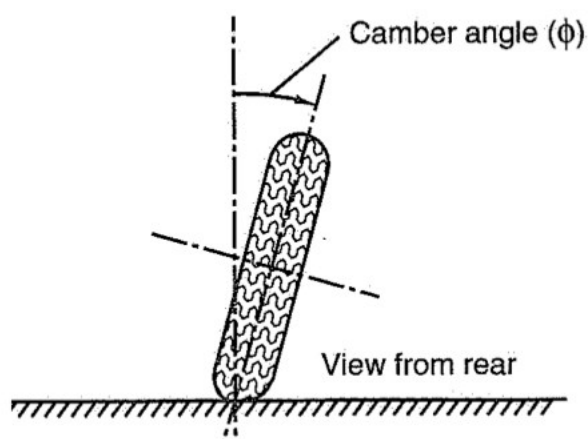
### 2.2.3 Колея

Большинство команд FSAE используют задний привод, который уменьшает боковое сцепление задних шин при ускорении, поэтому выгодно, чтобы была меньшая передача веса между задними шинами. Более узкая задняя колея сопротивляется меньшей части крена (равная передняя и задняя жесткость рулона), что является одной из причин, по которым команды имеют в среднем 3,5% более узкую заднюю колею (Winzer 2002). Ширина колеи спереди 1200 мм была выбрана в качестве компромисса между преимуществами передачи меньшего веса с более широкой колеи, и более узкий путь движения по шикане - более короткая траектория.

Оценка центра тяжести указывает на то, что транспортное средство пройдет тест на отклонение, имея возможность наклоняться на 64° до опрокидывания.

## 2.2.4 Развал

Развал - это угол между осевой линией колеса и перпендикулярной линией, проецируемой с поверхности земли, если смотреть с передней стороны транспортного средства. Развал считается положительным, когда верхняя часть

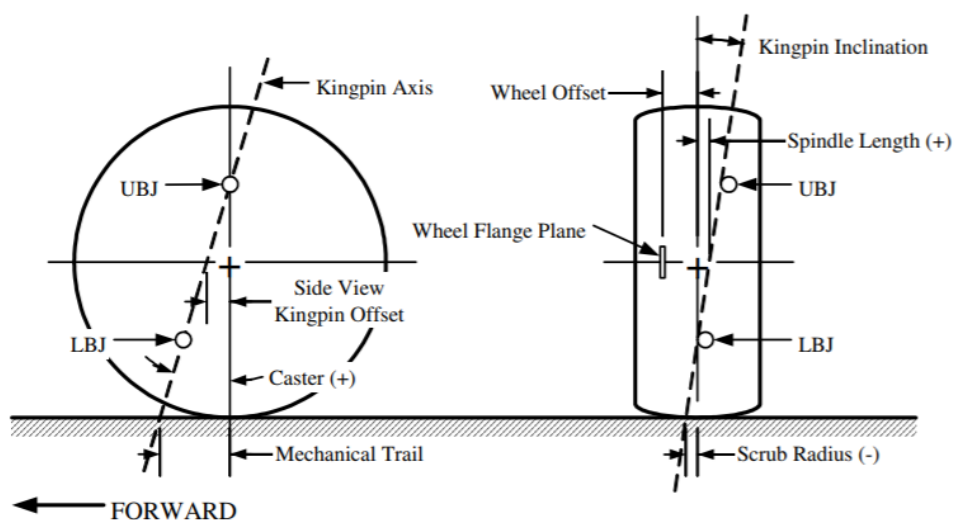


шины отклоняется от центра транспортного средства, как видно на рисунке 6.

Рис 6. Угол развала (Milliken & Milliken 1995, p.47)

## 2.2.5 Кастор

Кастор - это продольный угол между осью рулевого управления и центральной осью колеса (перпендикулярно земля), если смотреть со стороны.



Позитивную ориентацию можно увидеть на рисунке 7.

Рис. 7 Передняя подвеска (Milliken & Milliken, p.625)

Угол кастора на передних колесах имеет преимущественный эффект на внешнем колесе с увеличенным углом поворота увеличится отрицательный развал. Однако он также имеет недостаток в подъеме наружной части шины и нажатие на внутреннюю часть, приводящую к диагональному переносу веса из внешней части шины к внутренней спереди, и от внутренней к внешней части шины сзади (Pat's Corner 2008). Был выбран угол кастора  $7^\circ$ . Это было признано лучшим компромиссом между преимуществами отрицательного усиления развала с рулевым управлением и недостатком диагонального веса перевод.

### **2.2.6 Наклон оси шкворня и плечо обкатки**

Наклон оси поворота кулака, является углом между осью шкворня и осевой линии колеса (перпендикулярно к земле) при просмотре с спереди (рис. 7).

Нулевой угол - идеальная ситуация, так как положительный угол наклона оси заставит переднюю шину при повороте приобрести положительный развал, что крайне нежелательно. (Milliken & Milliken 1995). Этому нежелательному эффекту может противостоять отрицательный развал, достигаемый кастором. Угол поворота часто вводится в качестве компромисса для уменьшения плеча обкатки и удовлетворения требований к компоновке колеса.

### **2.2.7 Плечо обката**

Плечо обката (Scrub Radius) —это расстояние по прямой между точкой, которую ось поворота колеса пересекается с дорожным полотном, и центром пятна контакта колеса и дороги (в ненагруженном состоянии автомобиля).

Это расстояние влияет на силы, ощущаемые через рулевое колесо в результате усилий по торможению, ускорению и повороту. Любая сила

торможения или ускорения будет действовать как момент с плечом обкатки. Положительное плечо обкатки обеспечивает обратную связь между углами скольжения шины. Большой радиус скраба может утомлять руки водителя (Pat's Corner 2005). Было решено, что наилучшим компромиссом будет небольшой запас положительного плеча обкатки (20 мм). Это также поможет избежать контакта между поперечными рычагами и ободом колеса при максимальном ударе и скачке.

### **2.2.8 Расстояние между точками крепления длины рычагов (Inner pivot distances / Arm lengths)**

Отношение длины верхнего плеча к длине нижнего плеча влияет на коэффициент усиления развала при ходе подвески (форма кривой развала). Уменьшение длины верхнего плеча приведет к увеличению коэффициента усиления развала в подвеске. Рекомендовано, чтобы длина плеча составляла 50-80% от нижнего плеча, при этом длина нижнего рычага должна быть как можно длиннее, чтобы уменьшить перемещение центра вращения.

Нижняя внутренняя ось (крепление подвески на шасси) на передней панели была выбрана так, чтобы было 200-мм по горизонтали от центральной оси автомобиля, чтобы снять зону исключения 350 мм (175 мм от центра) в ногах гонщика, включая дополнительные 25 мм для крепёжных изделий. Это расстояние также облегчило бы дизайн рулевого управления с выбранной стойкой 355 мм.

На задней стороне было выбрано расстояние 180 мм от осевой линии, чтобы можно было установить 300-миллиметровую точку подъема (150 мм от осевой линии), чтобы она находилась между опорными точками и уменьшала потребность в дополнительном

материале на шасси. 30 мм было установлено для опорных кронштейнов.

Верхние внутренние опорные расстояния от осевой линии 290 мм и 300 мм для передней и задней части были выбраны так, чтобы обеспечить расстояние 65 мм от шасси (для крепления прокладок, используемых для настройки статического развала). Эти значения дают более низкое отношение плеч до 70% и 76% спереди и сзади; в пределах рекомендованных диапазонов.

### 2.2.9 Схождение

Схождение - это угол между осевой линией шины и продольной осью транспортного средства, если смотреть сверху. Угол положительный, когда передняя часть шин наклонена к продольному центру транспортного средства, как показано на рисунке 8.

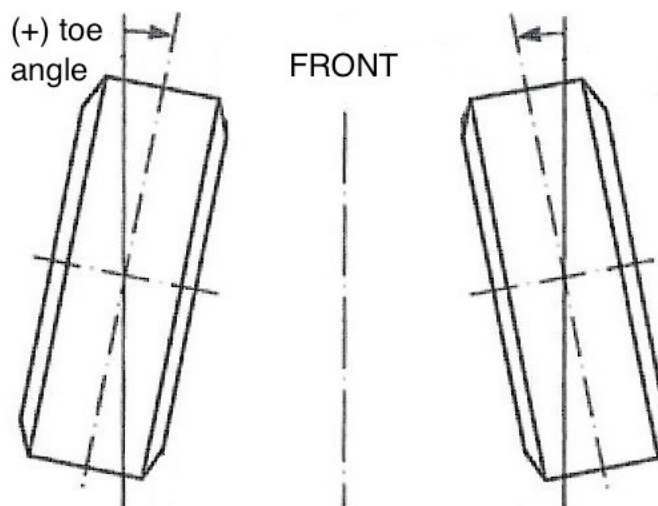


Рис. 8: Вид сверху - угол схождения

### 2.2.10 Рулевое управление, Аккерман.

Точки крепления рулевой системы было определено с помощью процедуры, описанной в главе 19.2 Ackermann Steering Geometry [3], которая дает хорошее приближение 100% Аккермана. Во-первых, линии тянутся от оси цапфы до центра задней колеи (в виде сверху рис. 9). Разворотные рычаги



расположены на этих линиях, тогда рулевая рейка и соединительные тяги параллельны передней дорожке. Когда рулевая рейка находится за осью шпильки, это называется задним рулем, но также может быть расположено перед осью шпильки. Длина штанги была определена отношением рулевой рейки, перемещением стойки и радиусом внутреннего колеса.

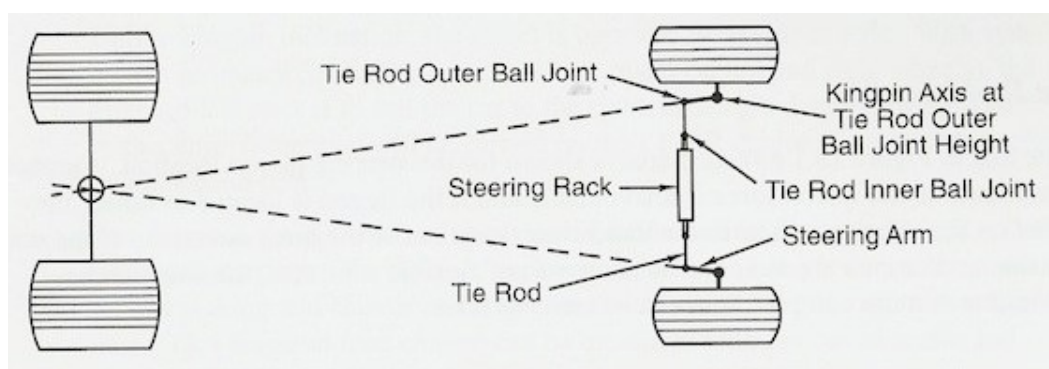
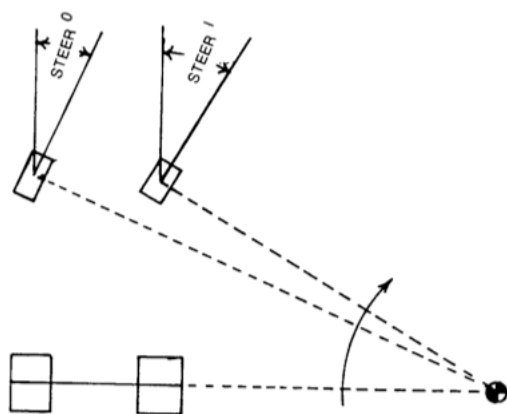


Рис. 9: Вид сверху – рулевая геометрия

Аккерман используется для описания принципа управления поворота передних колес под разными углами, чтобы следовать одному и тому же радиусу поворота транспортного средства. Как показано на рисунке 10, внутренняя шина должна поворачиваться на больший угла (STEER 1), чем внешняя шина, чтобы предотвратить проскальзывание шин. Когда ось качения управляемых колес встречается на оси колес без управления, это называется



100% Ackerman.

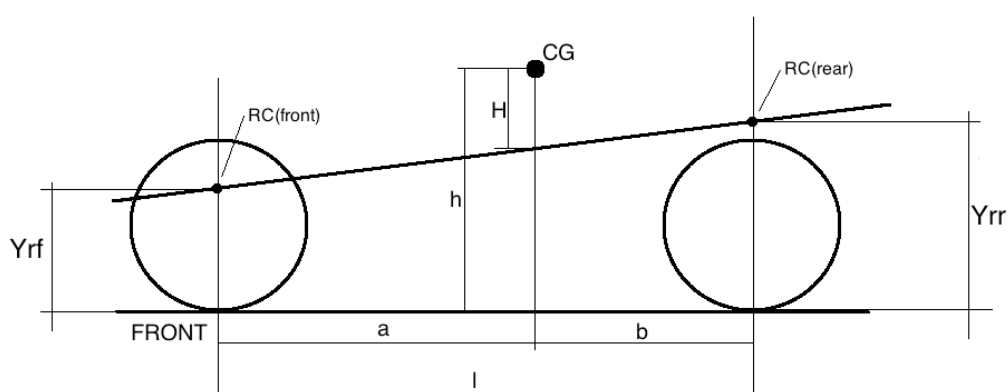
Рис. 10: Аккерман (Smith 1978, p.60)

100% Ackerman считалось подходящей предварительной проектной целью.

### 2.2.11 Центр мгновенного вращения и центр крена

Центр крена представляет собой мнимую точку на поперечной плоскости передних или задних дорожек, вокруг которых вращается пружинная масса. Для транспортного средства более точно ось вращения (линия между передним и задним центрами вращения), по которой транспортное средство вращается. В силовом смысле это тот момент, при котором любая боковая нагрузка, действующая на него, не произведет никакого вращения поддрессоренной массы машины.

Высота центра вращения влияет моментные рычаги, соединяющие его с центром тяжести и контактным участком шины. Высокий центр рулона уменьшает рулон транспортного средства за счет уменьшения моментального усилия центробежной силы, действующей на центр тяжести при поворотах. Высокий центр рулона, тем не менее, увеличивает моментный рычаг на боковую силу, действующую на контактный паз шины, создавая нежелательное подтягивание поддрессоренной массы, бокового скребка шины (заставляет транспортное средство толкнуть сбоку при попадании в середину углового удара) и побуждать силы к проходят через поперечные рычаги, а не через весну. Современные гоночные автомобили обычно имеют центр рулона между дюймом (25,4 мм) под землей и двумя дюймами над землей (50,8 мм). Рекомендуется, чтобы более высокий центр рулона располагался на более тяжелом конце транспортного средства (обычно сзади), так как это приведет к созданию более стабильного транспортного средства за счет уменьшения передачи нагрузки. Принимая во внимание эти моменты был выбран центр



крена 25 мм спереди и 50 мм сзади (над землей).

Рис. 11: Ось вращения автомобиля

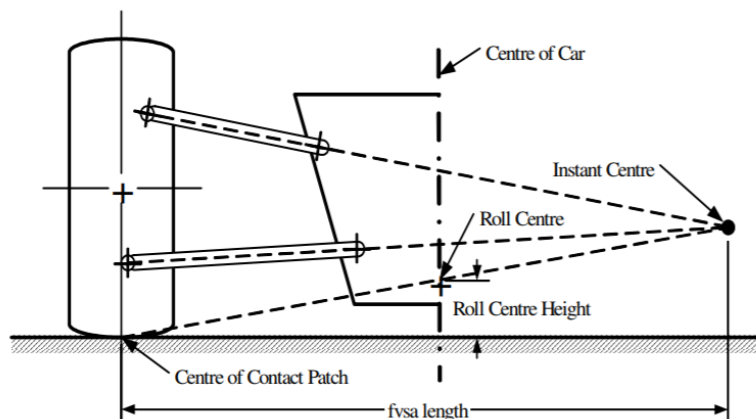


Рис. 12: Геометрия центров вращения

### 2.2.12 Roll stiffness distribution

Жесткость крена может быть распределена непропорционально между передней и задней подвеской, чтобы повлиять на относительную передачу переднего бокового веса. Когда задняя часть транспортного средства тяжелее, а рычаг крена лишь немного короче, боковая передача веса сзади будет иметь большее значение при равномерном распределении валков. Поэтому в погоне за нейтральным распределением крена было незначительно смещено к передней части 52:48. Это поможет уменьшить чрезмерную нагрузку на внешнюю заднюю шину.

Даже при незначительном переднем смещении крена распределение бокового веса по-прежнему больше позади. Дальнейшее распределения крена не было произведено, так как усиление более легкого передка болида могло бы сделать его слишком нервным и потерять сцепление в условиях ухабистости, во-вторых, дизайнеры шасси стараются сбалансировать распределение веса.

### Перенос веса

Реактивные силы на колесах пытаются противодействовать боковым силам, действующим в центре тяжести, описанным ранее. В результате нагрузка — это передача изнутри наружным колесам. Эта динамика может быть точно смоделирована в виде трех массовых систем, состоящих из подрессоренной массы и передних, и задних неподрессоренных масс. Однако в Milliken & Milliken (1995) система упрощается до одной массы, представляющей центр тяжести транспортного средства, тем самым значительно уменьшая сложность уравнения, а только теряя 2.7% -ную точность (в их примере). Это показывает, что разделение подпружиненных и неподрессоренных масс не имеет решающего значения, когда подвеска рассматривается с точки зрения крена. Упрощенная формула переноса бокового веса, приведенная Milliken & Milliken учитывает различные центры крена и жесткость крена спереди и сзади.  $t$  обозначает колею:

$$\Delta W_{YF} = A_X \times \frac{m}{t_F} \times \left[ \frac{H \times K_{\phi F}}{K_{\phi}} + \frac{b}{l} \times Y_{rf} \right]$$

$$\Delta W_{YR} = A_X \times \frac{m}{t_R} \times \left[ \frac{H \times K_{\phi R}}{K_{\phi}} + \frac{b}{l} \times Y_{rf} \right]$$

### **Коэффициент качения хода (Ride rate)**

KR представляет собой силу, необходимую на единицу вертикального смещения пятна контакта шины. Уравнение для коэффициентов качения приведены в Milliken & Milliken (1995) :

$$K_{RF} = \frac{2 \times K_{\phi FS}}{t_F^2}$$

$$K_{RR} = \frac{2 \times K_{\phi RS}}{t_R^2}$$



## 2.3. Пружины и демпферы

Рассмотрим вынужденные колебания автомобиля при проезде единичной неровности. Профиль неровности будем считать синусоидальным. Данную задачу будем решать аналитически и используя программный пакет Adams View, после чего сравним полученные результаты.

Будем пренебрегать неподрессоренными массами и упругостью шин,

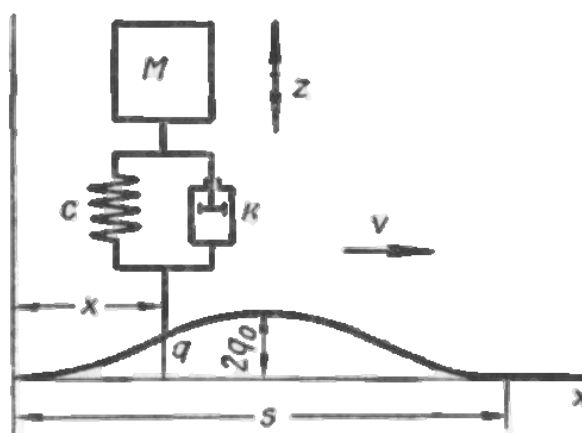


Рисунок 13. Простейшая система на единичной неровности.

тогда колебательная система будет состоять из груза, пружины и амортизатора.

Уравнение профиля неровности:

$$q = q_0 \left[ 1 - \cos\left(2\pi \frac{x}{s}\right) \right] \quad (1)$$

### 2.3.1 Аналитическое решение

Равномерное движение:

$$x = vt$$

$$v = \frac{2\pi v}{s}$$

Преобразуем (1):

$$q = q_0[1 - \cos(vt)]$$

Дифференциальное уравнение движения:

$$M\ddot{z} = -k(\dot{z} - \dot{q}) - c(z - q)$$

Подставляем  $q$ :

$$M\ddot{z} + k\dot{z} + cz = q_0(c + k v \sin vt - c \cos vt)$$

Обозначим:

$$\omega^2 = \frac{c}{M}; \quad 2h = \frac{k}{M}$$

Окончательное уравнение движения:

$$\ddot{z} + 2h\dot{z} + \omega^2 z = q_0(\omega^2 + 2hv \sin vt - \omega^2 \cos vt) \quad (2)$$

Для начала найдём частное решение в виде:

$$z = q_0 + C \sin vt + D \cos vt$$

В таком случае:

$$\dot{z} = vC \cos vt - vD \sin vt$$

$$\ddot{z} = -v^2 C \sin vt - v^2 D \cos vt$$

Подставим получившиеся выражения в (2):

$$\begin{aligned} [C(\omega^2 - v^2) - 2Dhv] \sin vt + [2Chv + D(\omega^2 - v^2)] \cos vt = \\ = q_0(2hv \sin vt - \omega^2 \cos vt) \end{aligned}$$

Приравнявая коэффициенты при синусе и косинуса получим систему уравнений:

$$\begin{cases} C(\omega^2 - v^2) - 2Dhv = 2hvq_0 \\ 2Chv + D(\omega^2 - v^2) = -\omega^2 q_0 \end{cases}$$

В итоге находим  $C, D$ :

$$C = -\frac{2hv^3q_0}{(\omega^2 - v^2)^2 + 4h^2v^2}$$

$$D = -q_0 \frac{\omega^2(\omega^2 - v^2) + 4h^2v^2}{(\omega^2 - v^2)^2 + 4h^2v^2}$$

Общее решение однородного:

$$z = e^{-ht} \left[ A \sin(\sqrt{\omega^2 - h^2}t) + B \cos(\sqrt{\omega^2 - h^2}t) \right]$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega^2 - h^2}$$

Общее решение (2):

$$z = e^{-ht} [A \sin(\omega_0 t) + B \cos(\omega_0 t)] + q_0 + C \sin vt + D \cos vt \quad (3)$$

Постоянные  $A$  и  $B$  найдём исходя из начальных условий:

$$t = 0; \quad z = 0; \quad \dot{z} = 0$$

Дифференцируя (3) и учитывая начальные условия получаем:

$$\begin{cases} z = B + q_0 + D = 0 \\ \dot{z} = A\omega_0 - Bh + vC = 0 \end{cases}$$

В итоге находим  $A, B$ :

$$A = (Bh - vC)/\omega_0$$

$$B = -q_0 - D$$

Выведем уравнение свободных колебаний после проезда неровности с учётом слабого затухания, оно имеет вид:

$$z = e^{-ht} [C_1 \cos(\omega_0 t) + C_2 \sin(\omega_0 t)]$$

Дифференцируем:

$$\dot{z} = e^{-ht} \omega_0 [-C_1 \sin(\omega_0 t) + C_2 \cos(\omega_0 t)] - e^{-ht} h [C_1 \cos(\omega_0 t) + C_2 \sin(\omega_0 t)]$$



Начальные условия находим из (3):

$$t = t_{\text{связд}} = \frac{s}{v}; \quad z\left(\frac{s}{v}\right) = z_{\text{связд}}; \quad \dot{z}\left(\frac{s}{v}\right) = \dot{z}_{\text{связд}}$$

Решая систему из двух уравнений получаем:

$$C_1 = \frac{z_{\text{связд}} e^{ht_{\text{связд}}} - C_2 \sin(t_{\text{связд}} \omega_0)}{\cos(t_{\text{связд}} \omega_0)}$$

$$C_2 = \frac{\dot{z}_{\text{связд}} e^{ht_{\text{связд}}} + z_{\text{связд}} e^{ht_{\text{связд}}} (\omega_0 \tan(t_{\text{связд}} \omega_0) + h)}{\omega_0 \sin(t_{\text{связд}} \omega_0) \tan(t_{\text{связд}} \omega_0) + \omega_0 \cos(t_{\text{связд}} \omega_0)}$$

### 2.3.2 Решение при помощи Adams

Рассмотрим частный случай:

$$t = 0; \quad z = 0; \quad \dot{z} = 0$$

$$M = 785 \text{ кг}; \quad v = 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}};$$

$$S = 1 \text{ м} \quad q_0 = 20 \text{ мм};$$

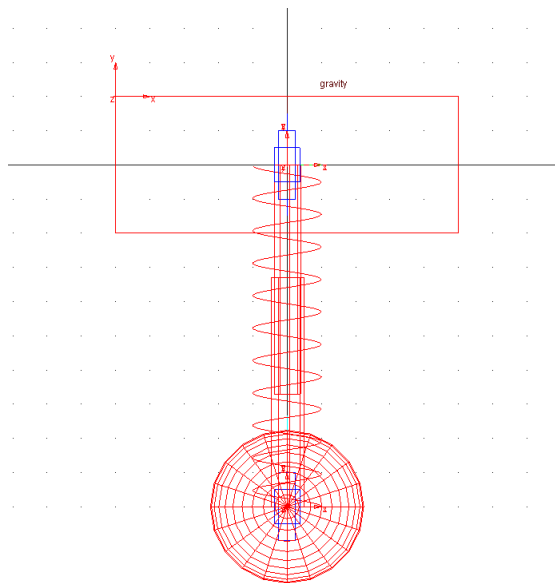


Рис. 14: Модель груза на рессоре.

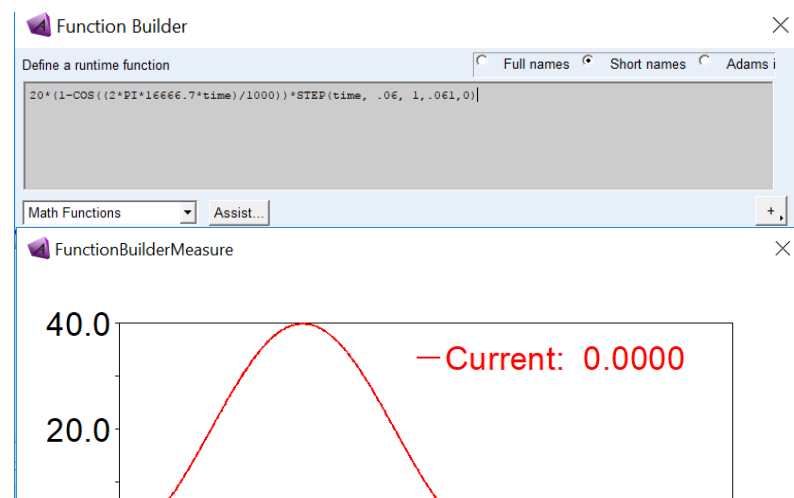


Рис. 15: Задание центру масс сферы перемещения по траектории единичной неровности

$$k = 2500 \frac{\text{кг}}{\text{с}} \quad c = 5 \cdot 10^4 \frac{\text{кг}}{\text{с}^2}$$

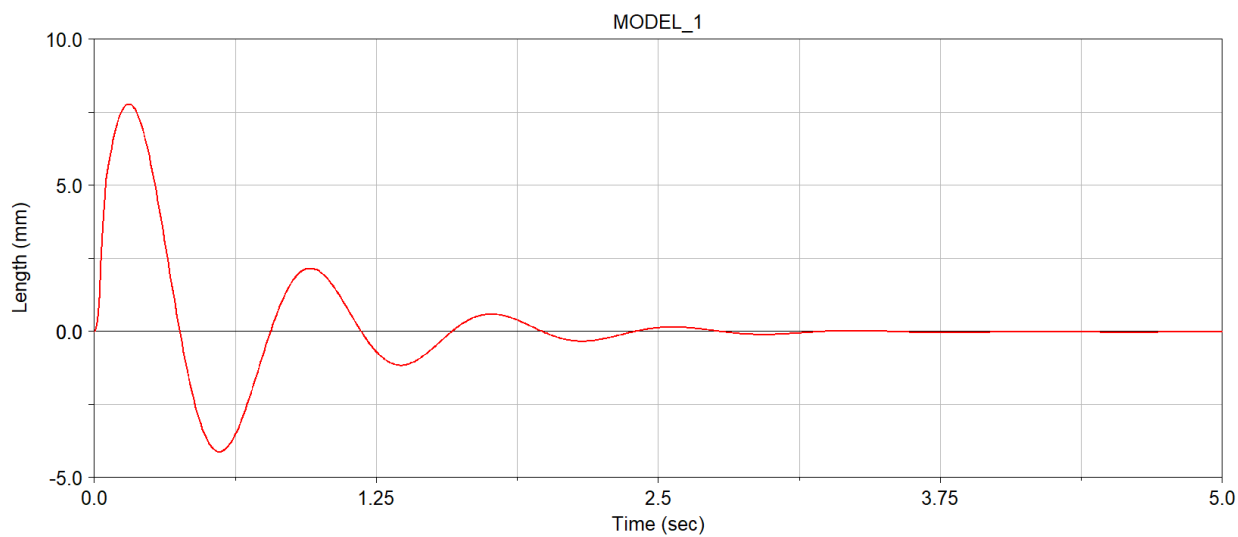


Рис. 16.: Зависимость координаты  $Z$  центра масс груза от времени

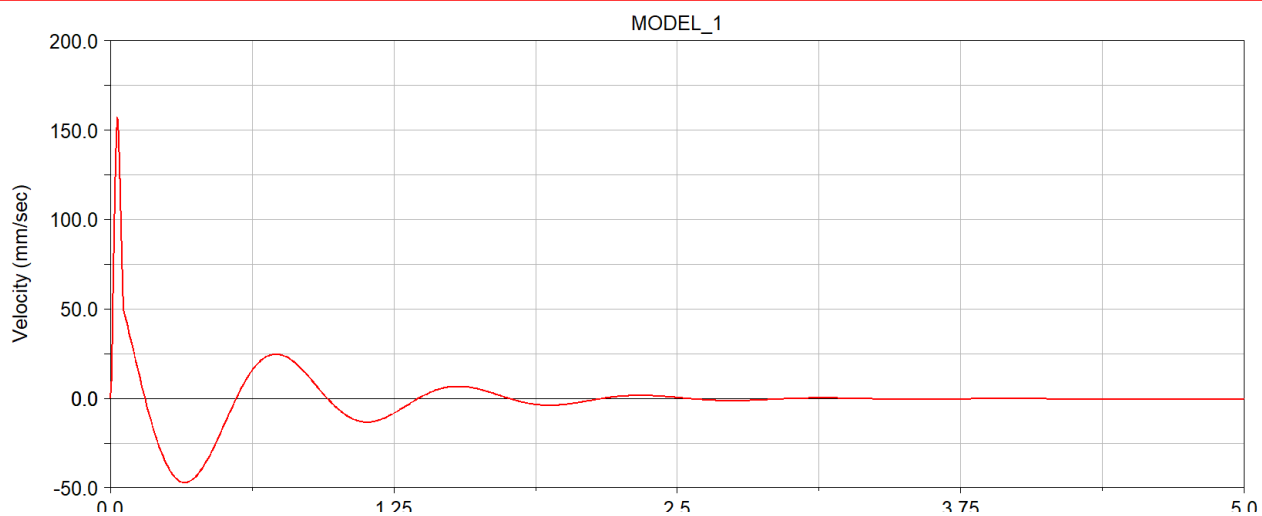


Рис. 17.: Зависимость скорости  $\dot{Z}$  груза от времени

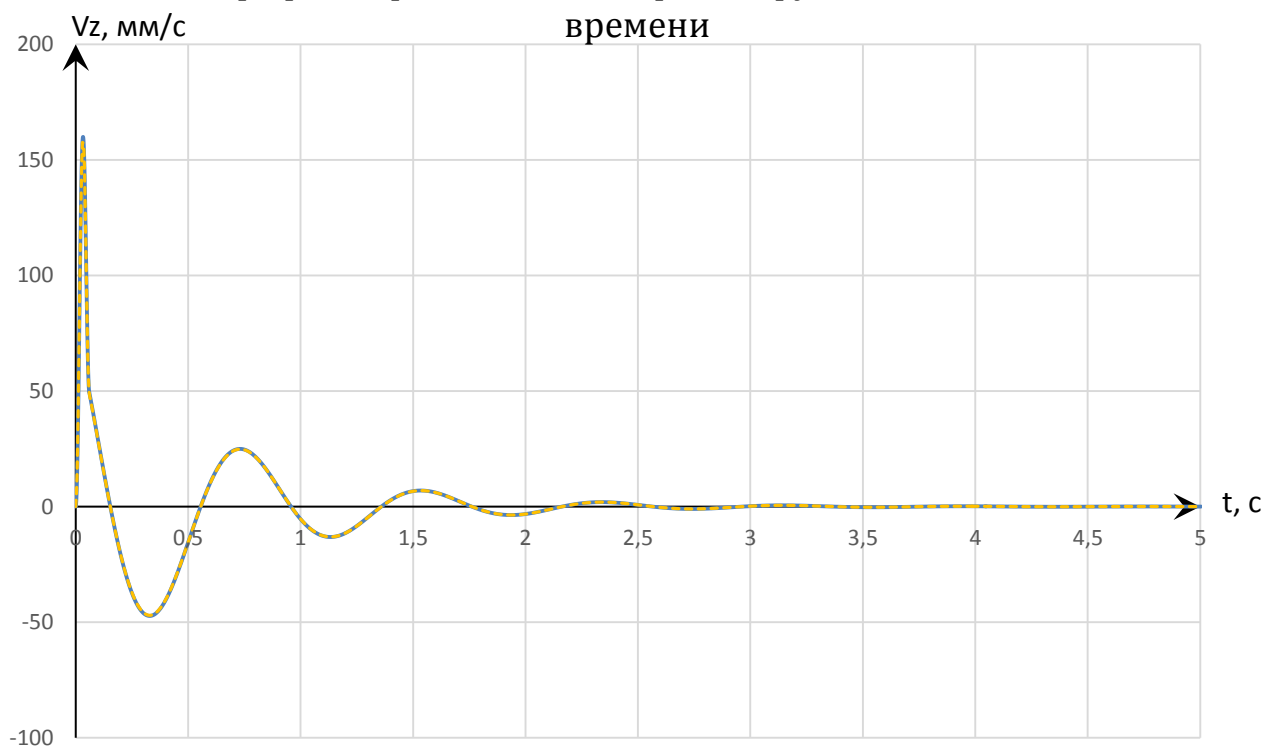
## Сравнение результатов

— — Adams View

Рис. 18: График вертикальное перемещение грузика в зависимости от времени



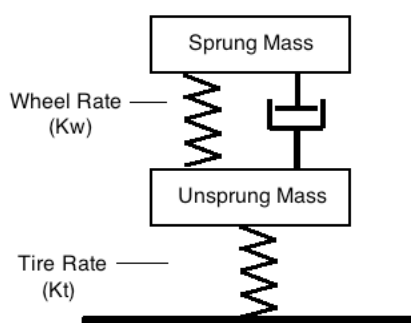
Рис. 19: График вертикальная скорость грузика в зависимости от времени



— Аналитическое решение

По результатам сравнения аналитических и численных результатов, можно сделать вывод о высокой точности расчётов, выполненных в системе ADAMS. Графические результаты практически полностью совпадают. Различия наблюдаются, в среднем они порядка 2%.

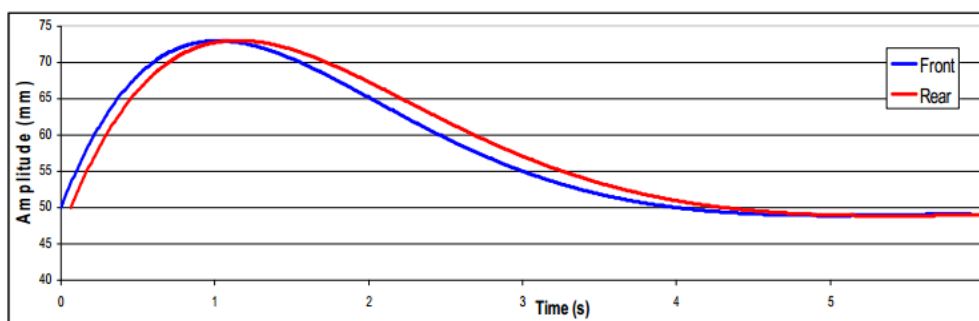
Высокое начальное сжатие демпфера должно сделать автомобиль более отзывчивым. Во-вторых, уместно, чтобы демпфирование сжатия было ниже, чем демпфирование отскока, поскольку главная роль амортизатора - позволить быстрому сжатию подвески под ударом дорожной поверхности и рассеивать



энергию, поглощенную пружиной в отскоке.

Рис. 20: Колебательная модель  $\frac{1}{4}$ .

Рис. 21: Колебание кузова (частота передней подвески больше задней).



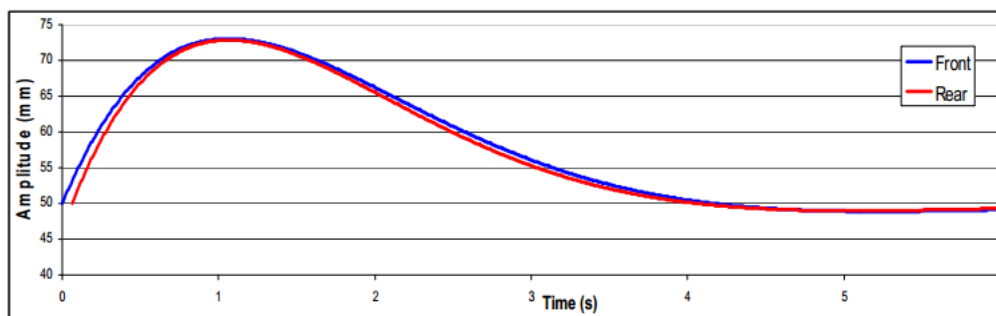


Рис. 22: Колебание кузова (частота передней подвески меньше задней).

Для повседневной езды машину проектирую таким образом чтобы частота передней подвески была больше задней для уменьшения наклона машины во время езды, но в гоночных машинах из-за большой частоты демпфирования этим можно пренебречь. К тому же данное распределение частот способствует более резкому реагированию машины на вращение рулем.

## ГЛАВА 3 ОПТИМИЗАЦИЯ

Оптимизация производится с учетом того в каких динамических тестах придется испытывать болид.

### 3.1 Динамические тесты

#### 3.1.1 Ускорение

Ускорение болида на протяжении 75 м на плоском прямом участке трассы. Автомобили с бензиновым двигателем обычно достигают максимальной скорости около 100 км / ч.

#### 3.1.2 Skid-pad

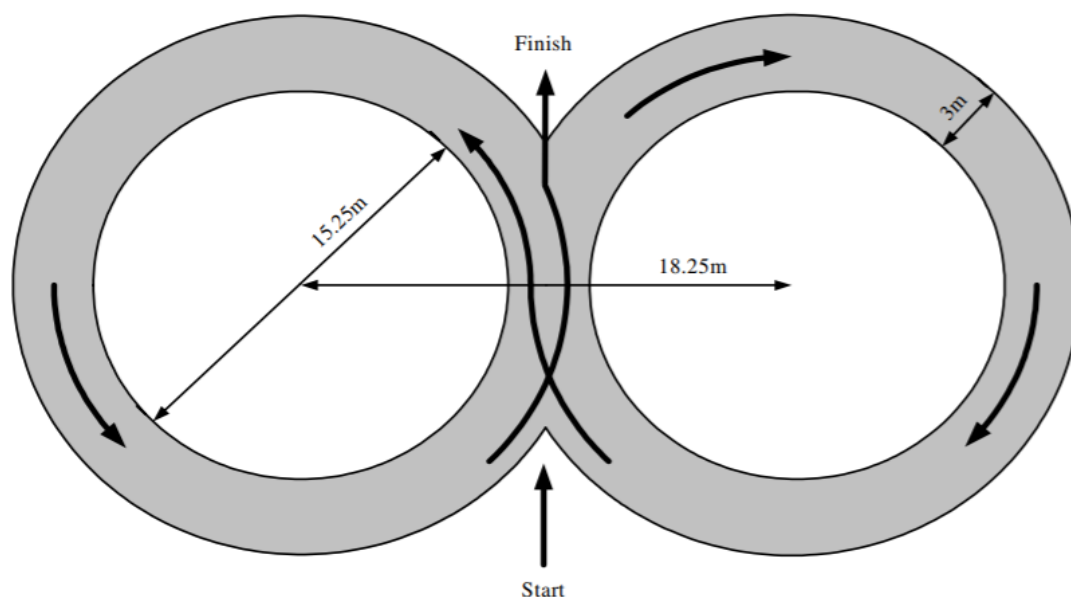


Рис. 23: Испытание «Восьмерка»

Испытание на восьмерке проверяет способность поворота транспортных средств на плоской поверхности, вокруг двух кругов внутреннего диаметра 15,25м. Этот тест будет в значительной степени акцентировать внимание на системе подвески, которая должна обеспечить оптимальный развал шин, чтобы обеспечить максимальный захват во время устойчивых поворотов.

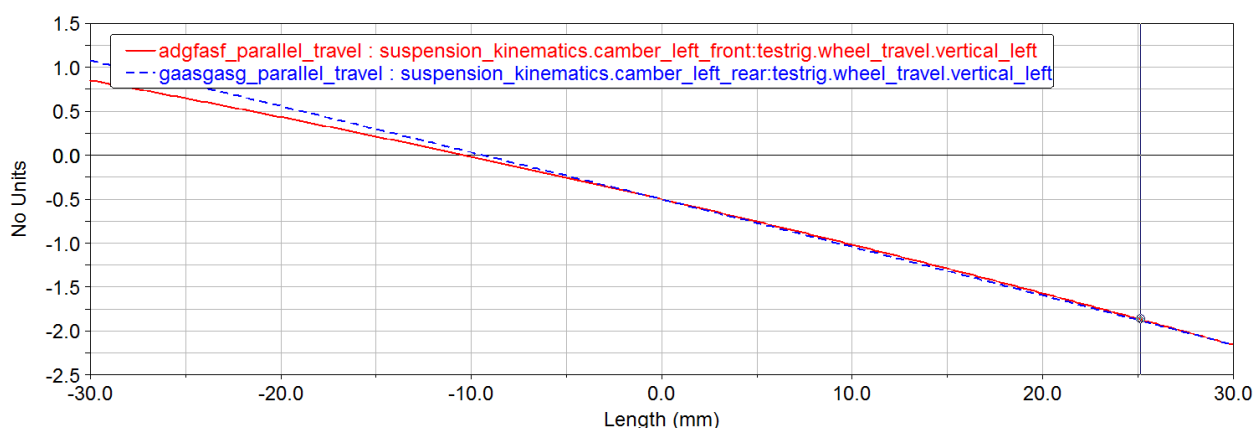


### 3.1.3 Автокросс

Данный этап будет проверять маневренность и управляемость транспортных средств, требующий высокой производительности ускорения, торможения и поворотов. Средняя скорость будет составлять от 40 км / ч до 48 км / ч с поворотами длиной не более 60 м, подчеркивая, что автомобиль будет тратить большую часть своего времени на повороты. Тонкие шпильки будут иметь минимальный радиус наружного диаметра 9 м, что можно считать минимальным поворотом для автомобиля.

### 3.2 Adams Car

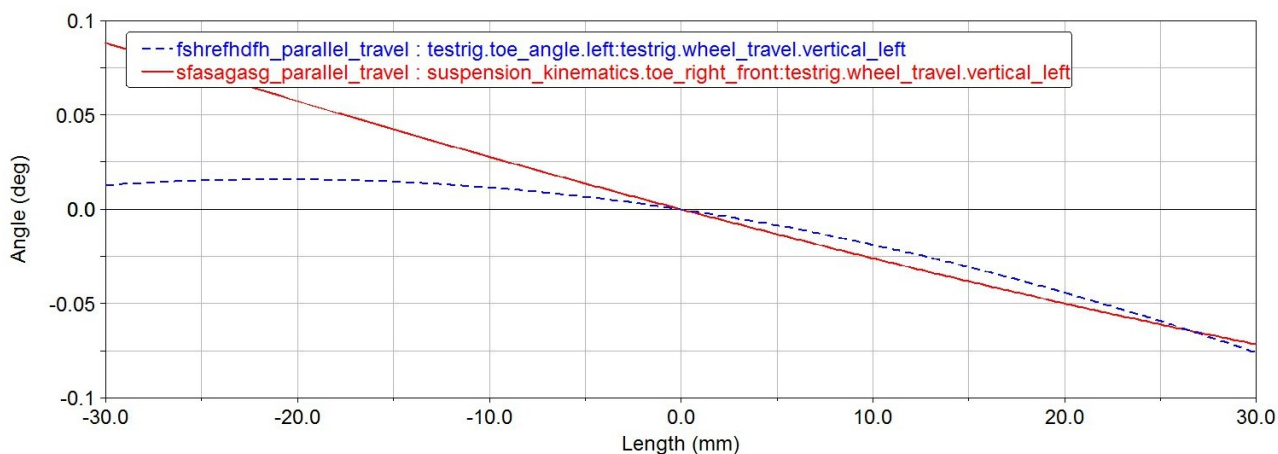
Основной упор в оптимизации был сделан на прохождение восьмерки за минимальное время или говоря другим языком способность автомобиля



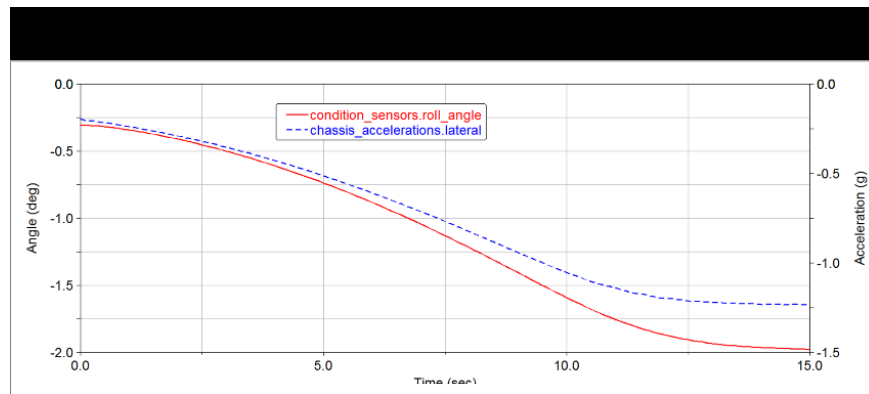
выдерживать поперечные нагрузки оставаясь на той же траектории.

Рис. 24: График динамического развала относительно хода подвески.

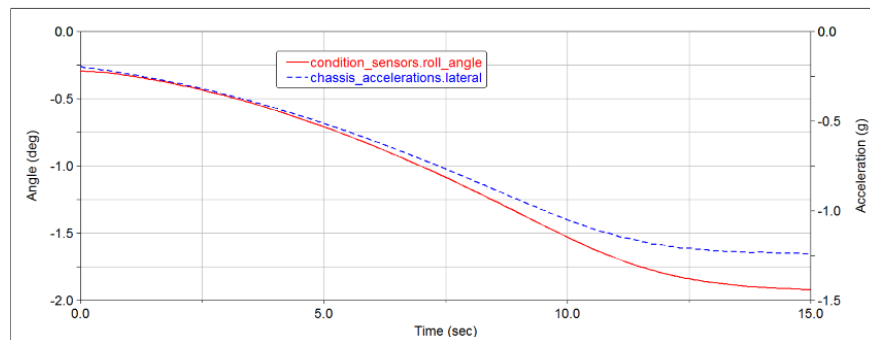
Рис. 25: График схождения относительно хода подвески.



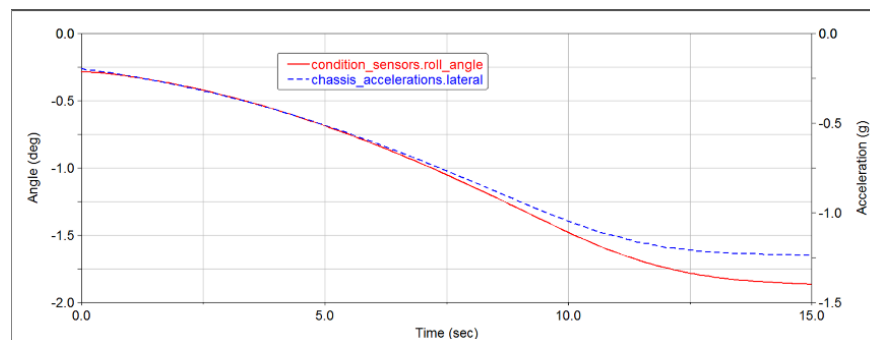
В Adams Car была создана полная сбока машины и проведен тест: анализ поведения шасси в зависимости от изменения динамического развала колёс в повороте с постоянным продольным ускорением. В результате чего пришли к выводу, что подходящий развал -1.7



Camber -1,87



Camber -1,7



Camber -1,51

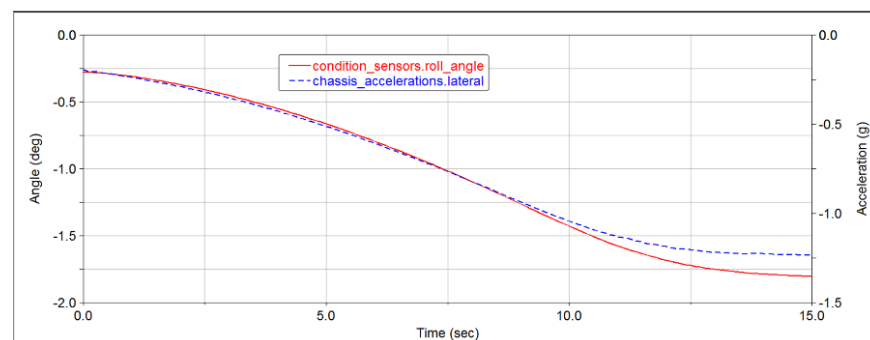
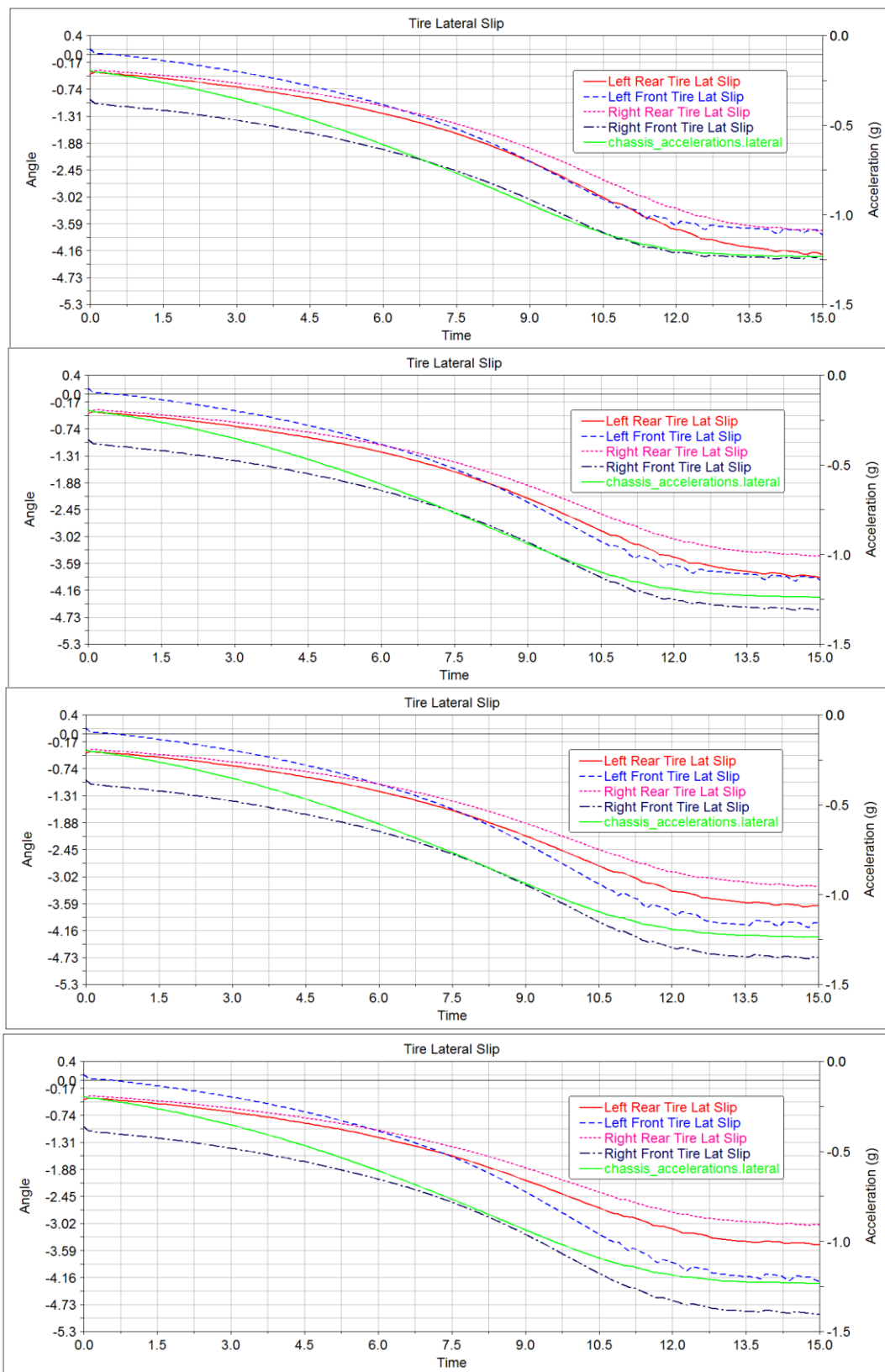


Рис. 26: Графики зависимости развала от времени:

Рис. 27: Графики зависимости угла скольжения на каждом колесе от



времени, развал от -2,01 до -1.51

**Рис. 28: Графики зависимости поперечной силы на каждом колесе от времени, развал от -2,01 до -1,51**

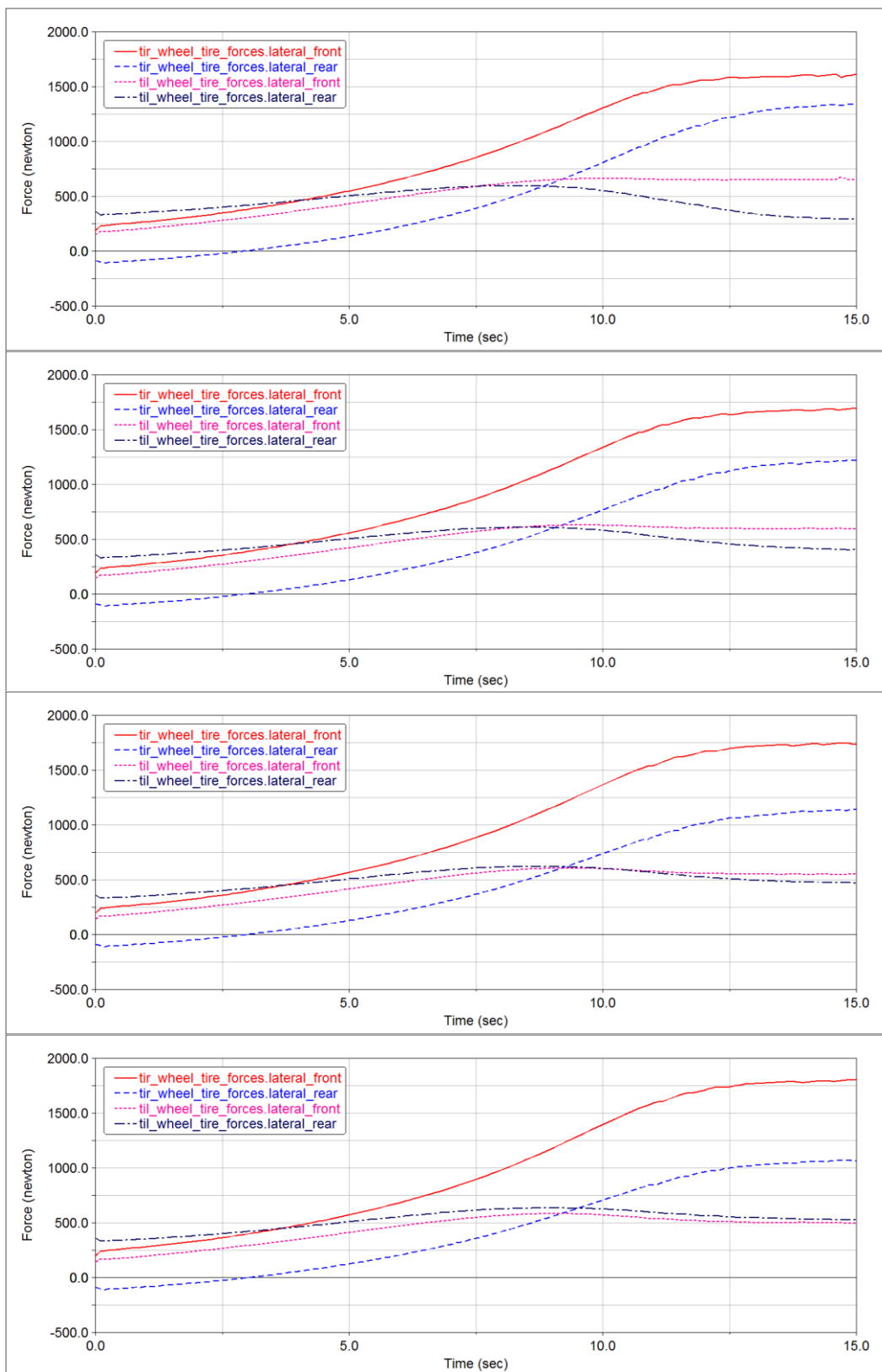
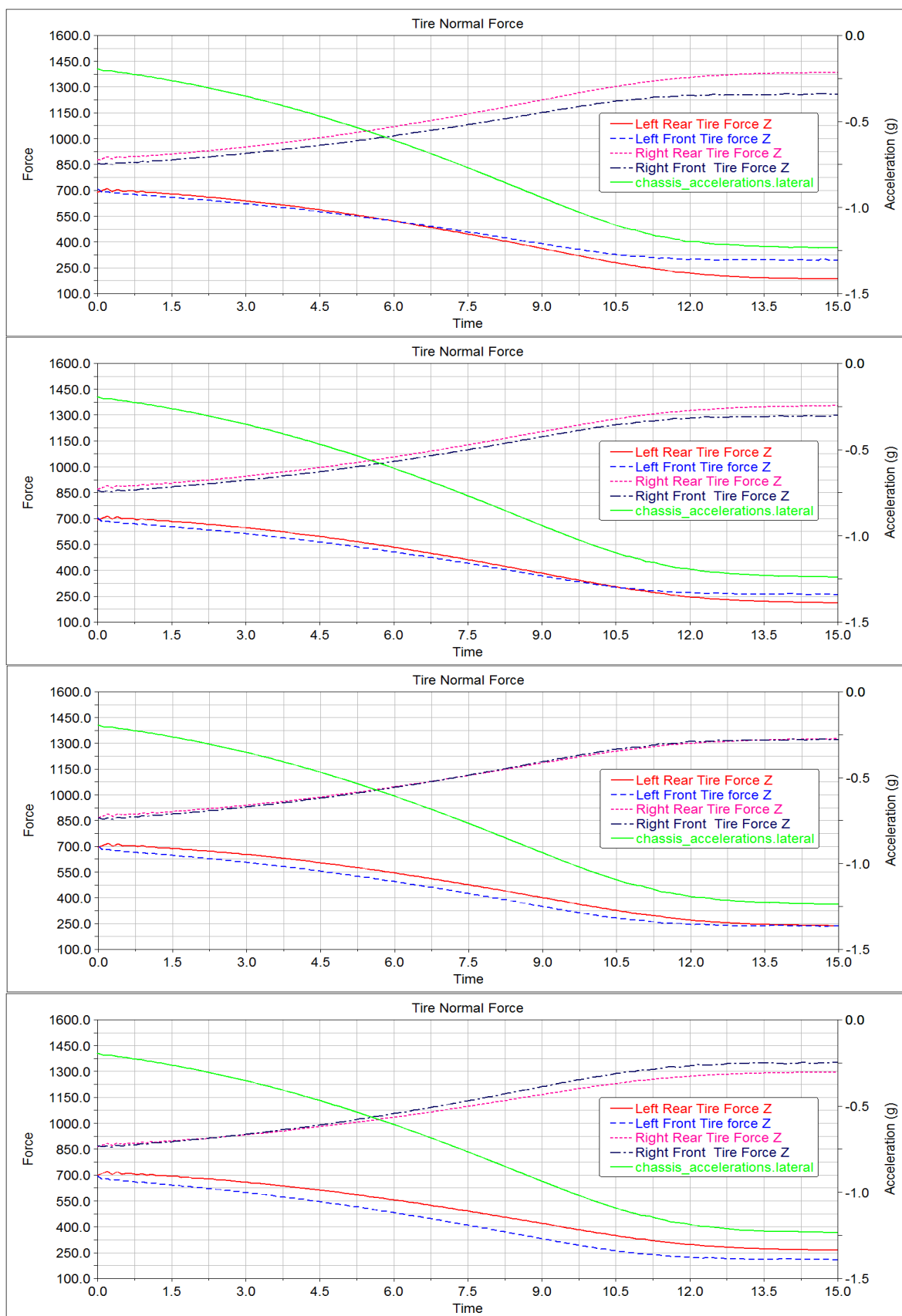


Рис. 29: Графики зависимости вертикальной силы на каждом колесе от



времени, развал от -2,01 до -1,51



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Была проведена работа над новым болидом команды, в котором решалась задача по оптимальной компоновке всех элементов подвески с учетом регламента соревнований при помощи программного обеспечения MSC Software Adams Car по результатам которой получилась модель болида на основе которой можно моделировать поведение машины при различных нагрузках:

- Параллельное перемещение колес
- Противоположное перемещение колеса
- Руление (поворот колес)
- Ускорение/торможение по прямой
- Поворот постоянного радиуса
- Торможение в повороте
- Слалом

В дальнейшем более глубокое изучение теста шин поможет улучшить понимание глубинных основ поведения шины и возникающие реакции в пятне контакта, что несомненно позволит проектировать более совершенные концепты.



## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Reimpell, J, Stoll, H & Betzler, JW 2001, The Automotive Chassis: Engineering Principles, Butterworth-Heinemann, Woburn.
2. Ротенберг Р.В. «Теория подвески автомобиля» 1951
3. Milliken, WF & Milliken, DL 1995, Race Car Vehicle Dynamics, Society of Automotive Engineers Inc. Warrendale.
4. Pacejka, HB & Bakker, E 1993, 'The Magic Formula Tyre Model', 1st International Colloquium on Tyre Models for Vehicle Dynamics Analysis, Swets & Zeitlinger, Amsterdam.
5. Winzer, N 2002, Design of a FSAE racing car suspension system, Bachelor of Engineering Honours Thesis, University of Western Australia.
6. Staniforth, A 1999, Competition Car Suspension, Haynes Publishing, Newbury Park.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### Пример файла .TIR для анализа шин:

```

FILE_TYPE ='tir'
FILE_VERSION = 3.0
FILE_FORMAT ='ASCII'
! : TIRE_VERSION : PAC2002
! : COMMENT : Stackpole Engineering Services, Inc.
! : COMMENT : Customer : FSAE
! : COMMENT : Construction : 6.0 / 18.0 - 10
! : COMMENT : DOT : XXXXXX
! : COMMENT : Position : All
! : COMMENT : Manufacturer : Hoosier
! : COMMENT : Nom. section width(in) 8.10
! : COMMENT : Nom. aspect ratio 0.667
! : COMMENT : Infl. pressure (Psi) 12.0
! : COMMENT : Rim Diameter (in) 10.0
! : COMMENT : Rim Width (in) 7.0
! : COMMENT : Test speed (mph) 45.0
! : FILE FORMAT : ASCII
! USE_MODE specifies the type of calculation performed:
! 0: Fz only, no Magic Formula evaluation
! 1: Fx,My only
! 2: Fy,Mx,Mz only
! 3: Fx,Fy,Mx,My,Mz uncombined force/moment calculation
! 4: Fx,Fy,Mx,My,Mz combined force/moment calculation
! +10: including relaxation behavior
! *-1: mirroring of tyre characteristics
!
! example: USE_MODE = -12 implies:

```

```

! -calculation of Fy,Mx,Mz only
! -including relaxation effects
! -mirrored tyre characteristics
!
$-----units
[UNITS]
LENGTH = 'meter'
FORCE = 'Newton'
ANGLE = 'radians'
MASS = 'kg'
TIME = 'second'
$-----model
[MODEL]
PROPERTY_FILE_FORMAT ='PAC2002'
USE_MODE = 14 $Tyre use switch (IUSED)
VXLOW = 1
LONGVL = 20.1168 $Measurement speed
TYRESIDE = 'RIGHT' $Mounted side of tyre at vehicle/test bench
$-----dimensions
[DIMENSION]
UNLOADED_RADIUS = 0.2286 $Free tyre radius
WIDTH = 0.2057 $Nominal section width of the tyre
ASPECT_RATIO = 0.6670 $Nominal aspect ratio
RIM_RADIUS = 0.1270 $Nominal rim radius
RIM_WIDTH = 0.1778 $Rim width
$-----shape
[SHAPE]
{radial width}
1.0 0.0
1.0 0.4

```

1.0 0.9

0.9 1.0

\$-----parameter

[VERTICAL]

VERTICAL\_STIFFNESS = 96665.00 \$Tyre vertical stiffness

VERTICAL\_DAMPING = 48332.5 \$Tyre vertical damping

BREFF = 0.2286 \$Low load stiffness e.r.r.

DREFF = 0.2186 \$Peak value of e.r.r.

FREFF = 0.3000 \$High load stiffness e.r.r.

FNOMIN = 559.1386 \$Nominal wheel load

\$-----long\_slip\_range

[LONG\_SLIP\_RANGE]

KPUMIN = -0.5000 \$Minimum valid wheel slip

KPUMAX = 0.5000 \$Maximum valid wheel slip

\$-----slip\_angle\_range

[SLIP\_ANGLE\_RANGE]

ALPMIN = -0.2094 \$Minimum valid slip angle

ALPMAX = 0.2094 \$Maximum valid slip angle

\$-----inclination\_slip\_range

[INCLINATION\_ANGLE\_RANGE]

CAMMIN = 0.0000 \$Minimum valid camber angle

CAMMAX = 0.0698 \$Maximum valid camber angle

\$-----vertical\_force\_range

[VERTICAL\_FORCE\_RANGE]

FZMIN = 222.4 \$Minimum allowed wheel load

FZMAX = 1556.8 \$Maximum allowed wheel load

\$-----scaling

[SCALING\_COEFFICIENTS]

**Формулы для констант Расейка:**

**Longitudinal Force Fx**

$$F_x = (D_x \sin[C_x \arctan\{B_x \kappa_x - E_x(B_x \kappa_x - \arctan(B_x \kappa_x))\}] + S_{V_x}) \cdot G_{xx}$$

$$\kappa_x = \kappa + SH_x$$

$$C_x = P_{Cx1} \lambda_{Cx}$$

$$D_x = \mu_x F_z$$

$$\mu_x = (P_{Dx1} + P_{Dx2} df_z) (1 - P_{Dx3} \gamma^2) \lambda_{\mu_x}$$

$$E_x = (P_{Ex1} + P_{Ex2} df_z + P_{Ex3} df_z^2) (1 - P_{Ex4} \operatorname{sgn}(\kappa_x)) \lambda_{Ex}$$

$$K_{xx} = (P_{Kx1} + P_{Kx2} df_z) \exp(P_{Kx3} df_z) F_z \lambda_{Kxx}$$

$$B_x = \frac{K_{xx}}{C_x D_x}$$

$$S_{Hx} = (P_{Hx1} + P_{Hx2} df_z) \lambda_{Hx}$$

$$S_{Vx} = F_z (P_{Vx1} + P_{Vx2} df_z) \lambda_{Vx} \lambda_{\mu_x}$$

$$G_{xx} = \frac{\cos[C_{xx} \arctan\{B_{xx} \alpha_s - E_{xx}(B_{xx} \alpha_s - \arctan(B_{xx} \alpha_s))\}]}{\cos[C_{xx} \arctan\{B_{xx} S_{Hxx} - E_{xx}(B_{xx} S_{Hxx} - \arctan(B_{xx} S_{Hxx}))\}]}$$

$$\alpha_s = \alpha_F + S_{Hxx}$$

$$B_{xx} = (r_{Ex1} + r_{Ex3} \gamma^2) \cos\{\arctan[r_{Ex2} \kappa]\} \lambda_{xx}$$

$$C_{xx} = r_{Cx1}$$

$$E_{xx} = r_{Ex1} + r_{Ex2} df_z$$

$$S_{Hxx} = r_{Hx1}$$

## Lateral force F<sub>y</sub>

$$F_y = G_{yk} F_{yp} + S_{Vyk}$$

$$F_{yp} = (D_y \sin[C_y \arctan\{B_y \alpha_y - E_y(B_y \alpha_y - \arctan(B_y \alpha_y))\}] + S_{V_y})$$

$$\alpha_y = \alpha_F + S_{Hy}$$

$$C_y = P_{Cy1} \lambda_{Cy}$$

$$D_y = \mu_y F_z$$

$$\mu_y = (P_{Dy1} + P_{Dy2} df_z) (1 - P_{Dy3} \gamma^2) \lambda_{\mu_y}$$

$$E_y = (P_{Ey1} + P_{Ey2} df_z) (1 + P_{Ey5} \gamma^2 - (P_{Ey3} + P_{Ey4}) \operatorname{sgn}(\alpha_y)) \lambda_{Ey}$$

$$K_{y\alpha} = P_{Ky1} F_{z0} \sin \left[ P_{Ky4} \arctan \left\{ \frac{F_z}{(P_{Ky2} + P_{Ky5} \gamma^2) F_{z0}} \right\} \right] (1 - P_{Ky3} |\gamma|) \lambda_{Ky\alpha}$$

$$B_y = \frac{K_{y\alpha}}{C_y D_y}$$

$$S_{Hy} = S_{Hy0} + S_{Hy\gamma}$$

$$S_{Hy0} = (P_{Hy1} + P_{Hy2} df_z) \lambda_{Hy}$$

$$S_{Hy\gamma} = \frac{K_{y\gamma} - S_{V\gamma}}{K_{ya}}$$

$$S_{Vy0} = F_z (P_{Vy1} + P_{Vy2} df_z) \lambda_{Vy} \lambda_{\mu_y}$$

$$S_{Vy\gamma} = F_z (P_{Vy3} + P_{Vy4} df_z) \gamma \lambda_{Ky} \lambda_{\mu_y}$$

$$S_{Vy\kappa} = D_{Vy\kappa} \sin(r_{Vy5} \arctan(r_{Vy6} \kappa)) \lambda_{Vy\kappa}$$

$$D_{Vy\kappa} = \mu_y F_z (r_{Vy1} + r_{Vy2} df_z + r_{Vy3} \gamma) \cos(\arctan(r_{Vy4} \alpha_F))$$

Combined Slip:

$$G_{y\kappa} = \frac{\cos \left[ C_{y\kappa} \arctan \left\{ B_{y\kappa} \kappa_s - E_{y\kappa} \left( B_{y\kappa} \kappa_s - \arctan(B_{y\kappa} \kappa_s) \right) \right\} \right]}{\cos \left[ C_{y\kappa} \arctan \left\{ B_{y\kappa} S_{Hy\kappa} - E_{y\kappa} \left( B_{y\kappa} S_{Hy\kappa} - \arctan(B_{y\kappa} S_{Hy\kappa}) \right) \right\} \right]}$$

$$\kappa_s = \kappa_F + S_{Hx\kappa}$$

$$B_{y\kappa} = (r_{By1} + r_{By4} \gamma^2) \cos \left\{ \arctan \left[ r_{Bx2} (\alpha - r_{By3}) \right] \right\} \lambda_{y\kappa}$$

$$C_{y\kappa} = r_{Cy1}$$

$$E_{y\kappa} = r_{Ey1} + r_{Ey2} df_z$$

$$S_{Hy\kappa} = r_{Hy1} + r_{Hy2} df_z$$

### Overturning moment Mx

$$M_x = R_0 F_z \lambda_{Mx} \left( Q_{Sx1} \lambda_{Mx} - Q_{Sx2} \gamma + \frac{Q_{Sx3} F_y}{F_{z0}} \right)$$

### Rolling resistance My

For tire data where FITTYP is equal to 5:

$$M_y = R_0 (S_{Vx} + K_x S_{Hx})$$

Otherwise:

$$M_y = -R_0 F_{z0} \lambda_{My} \left\{ \left( Q_{Sy1} + \frac{Q_{Sy2} F_x}{F_{z0}} + Q_{Sy3} \left| \frac{V_x}{V_{ref}} \right| \right) + Q_{Sy4} \left( \frac{V_x}{V_{ref}} \right)^4 \right\}$$

### Self-aligning moment Mz

$$M_z = -t \cdot F_{y0} + M_{zr}$$

$$S_{Ht} = Q_{Hz1} + Q_{Hz2} df_z + (Q_{Hz3} + Q_{Hz4} df_z) \lambda_z$$

$$\alpha_t = \alpha + S_{Ht}$$

$$t = D_t \cos \left( C_t \arctan \left( B_t \alpha_t - E_t (B_t \alpha_t - \arctan(B_t \alpha_t)) \right) \right) \cdot \cos(\alpha)$$

$$\alpha_r = \alpha + S_{Hr}$$

$$M_{zr} = D_r \cos \left( C_r \arctan \left( B_r \alpha_r \right) \right) \cdot \cos(\alpha)$$

$$\gamma_z = \gamma \lambda_{\gamma_z}$$

$$B_t = (Q_{Bz1} + Q_{Bz2} df_z + Q_{Bz3} df_z^2) (1 + Q_{Bz4} \gamma_z + Q_{Bz5} |\gamma_z|) \lambda_{Ky} / \lambda_{\mu_y}$$

$$C_t = Q_{Cz1}$$

$$D_t = F_z (Q_{Dz1} + Q_{Dz2} df_z) (1 + Q_{Dz3} \gamma_z + Q_{Dz4} \gamma_z^2) (R_0 / F_{z0}) \lambda_t$$

$$\begin{aligned}
D_t &= F_z(Q_{Dz1} + Q_{Dz2} df_z)(1 + Q_{Dz3} \gamma_z + Q_{Dz4} \gamma_z^2)(R_0/F_{z0}) \lambda_t \\
E_t &= (Q_{Ez1} + Q_{Ez2} df_z + Q_{Ez3} df_z^2) \left( 1 + (Q_{Ez4} + Q_{Ez5} \gamma_z) \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \arctan(B_t C_t \alpha_t) \right) \text{ with } E_t \leq 1 \\
B_r &= Q_{Bz9} \frac{\lambda_{zy}}{\lambda_{yy}} + Q_{Bz10} B_y C_y \\
C_r &= 1 \\
D_r &= F_z((Q_{Dz6} + Q_{Dz7} df_z) \lambda_r + (Q_{Dz8} + Q_{Dz9} df_z) \lambda_z) R_0 \lambda_{yy}
\end{aligned}$$